In: Kadunz, Ossimitz, Peschek, Schneider, Vinchelmann (Hrsg.): Mathematische Bildung und neue Technologien. Stuttgart, Leipzig: 1999, 147-165

Was ist eine zeitgemäße mathematische Allgemeinbildung?

Hans Werner Heymann

Hans Werner HEYMANN, Siegen (Deutschland)

Was ist eine zeitgemäße mathematische Allgemeinbildung?

1 Mathematikunterricht zwischen Tradition, TIMSS und neuen Technologien

Dass der schulische Mathematikunterricht stark von Traditionen geprägt ist, dass es sich bei ihm um ein schwerfälliges „Schiff" handelt, dessen Kurs und Fahrtgeschwindigkeit sich nicht ohne Weiteres und schon gar nicht innerhalb kurzer Zeitspannen ändern lassen, das wissen wir alle. In den letzten Jahren ist der Mathematikunterricht allerdings zunehmend unter Veränderungsdruck geraten.

Stichwort „Neue Technologien": Seit etwa zwei Jahrzehnten – und wenn man den Taschenrechner einbezieht, sogar noch länger – wird darüber diskutiert, in welcher Weise neue computerbasierte mathematische Werkzeuge und Präsentionsmittel in den Unterricht Eingang finden sollten. Sollten sie vorrangig eingesetzt werden, um „alte" Ziele des MU besser zu erreichen, oder ist es notwendig, die Ziele des MU selbst völlig neu zu bestimmen (vielleicht sogar den MU in einem die Informatik umfassenden neuen Fach aufgehen zu lassen)? Durch die Verfügbarkeit preiswerter Hard- und Software, die die Lösung (nicht das Verständnis!) eines Großteils der gängigen Mathematik-Oberstufenaufgaben zu einem Kinderspiel werden lässt, sind diese Fragen sehr brisant geworden.

Stichwort „TIMSS": Die „Third International Mathematics and Science Study" (Baumert u. a. 1997) hat als internationale Vergleichsstudie die Effizienz des Mathematikunterrichts in vielen Ländern unübersehbar in Frage gestellt. Auch vor diesem Hintergund scheint es dringlich nach möglichen Konsequenzen zu fragen, und auch hier geht es nicht zuletzt um die Ziele des MU: Soll man vieles oder gar alles anders machen, um die „alten" Ziele besser zu erreichen, oder muss grundsätzlich neu geklärt werden, was denn überhaupt sinnvolle Ziele für den Mathematikunterricht an allgemeinbildenden Schulen sein könnten?

Es ist sicher nicht übertrieben davon zu sprechen, dass der schulische Mathematikunterricht – in Deutschland vielleicht stärker noch als anderswo – derzeit in einer dreifachen Krise steckt: in einer *Akzeptanzkrise*, einer *Legitimationskrise* und in einer *Effizienzkrise*. Pointiert gesagt: Es ist nicht nur so, dass das Lernen von Mathematik von einem Teil der Schüler als nicht sinnvoll angesehen wird (*Akzeptanzkrise*) und dass es schwer fällt, den üblichen Mathematikunterricht bildungstheoretisch und praktisch zu rechtfertigen (*Legitimations- oder Orientie-*

rungskrise), nein, darüber hinaus kommt offenbar auch noch viel weniger (Messbares) heraus als erhofft und erwartet (*Effizienzkrise*).

Mein Vortrag setzt bei der Frage der Legitimation an: Um Klärungen herbeizuführen, überdenke ich von einem bildungstheoretischen Standpunkt her, in welche Richtung der Mathematikunterricht weiter entwickelt werden sollte und könnte. Rückkopplungen mit der Akzeptanz- und Effizienzfrage werden an verschiedenen Stellen augenfällig werden. Prinzipiell gehe ich dabei zunächst vom Bestehenden aus – damit zolle ich realistischerweise dem Gewicht der Tradition Tribut – und umreiße dann, wie durch *Akzentuierungen*, die an einer bildungstheoretisch begründeten Zielvorstellung orientiert sind, in kleinen Schritten wünschbare Veränderungen eingeleitet werden könnten.

Um die Logik meines Vorgehens noch einmal mit anderen Worten zu verdeutlichen: Wenn es in unserer Gesellschaft – allgemeiner: in modernen europäischen Gesellschaften – explizierbare und konsensfähige Zielvorstellungen darüber gibt, was mit der Schule insgesamt bei den Heranwachsenden erreicht werden sollte, dann muss sich auch schulischer Mathematikunterricht – wie jeder andere Fachunterricht – an diesen Zielen messen lassen und das ihm Gemäße zur Erreichung dieser Ziele beisteuern.

2 Orientierung an einem Allgemeinbildungskonzept: Sieben Aufgaben allgemeinbildender Schulen

Meine Ausgangsfrage ist: Warum sollen sich Kinder und Jugendliche überhaupt mit dem üblichen Schulstoff auseinandersetzen? Warum sollen sie sich beispielsweise mit mathematischen Symbolen und Formeln, mit historischen Ereignissen, mit Feinheiten der Orthographie und der Lyrik toter Dichter beschäftigen? Warum sollen sie grammatische Regeln und Vokabeln pauken? Warum sollen sie Bockspringen lernen, etwas über den Aufbau pflanzlicher Zellen und die Zusammensetzung eines Symphonieorchesters wissen?

Eine klassische Antwort auf diese Art von Fragen ist bildungstheoretischer Natur und lautet: Heranwachsende bedürfen der systematischen Auseinandersetzung mit und Aneignung von Welt, um sich selbst und ihre mögliche Rolle in der Welt zu finden. Erst im Prozeß der Bildung wird der Mensch zum Menschen. Und weiter unterstellt man gemeinhin, dass schulischer Fachunterricht einen geeigneten Rahmen für diese notwendige Auseinandersetzung und Aneignung bietet: Denn die Schulfächer repräsentieren im Prinzip die für unsere Kultur und Gesellschaft charakteristischen Zugänge zu der von uns zu erkennenden Welt.

Wie aber lässt sich bestimmen, ob vom Fachunterricht eine „bildende" oder „allgemeinbildende" Wirkung ausgeht? Und noch grundsätzlicher: Sind Bildung und Allgemeinbildung heutzutage überhaupt noch tragfähige Leitbegriffe, um über Ziele

und Wege schulischen Lernens nachzudenken? Meine These, die ich in diesem Vortrag am Beispiel des Mathematikunterrichts plausibel machen möchte, ist diese: Die Idee der Allgemeinbildung kann, wenn sie hinreichend konkret, gegenwartsbezogen und schulnah ausgelegt wird, als *Orientierungsrahmen* und *pädagogischer Maßstab* dienen, um Lehrpläne und schulischen Fachunterricht kritisch zu bewerten. Zudem lassen sich aus einem geeigneten Allgemeinbildungskonzept nicht nur kritische Anstöße, sondern – im Zusammenspiel mit fachdidaktischen und fachwissenschaftlichen Überlegungen – auch reformerische Impulse gewinnen.

Im folgenden stütze ich mich auf ein Konzept, in dem ich Allgemeinbildung als zentrale schulische Aufgabe durch sieben Teilaufgaben näher beschreibe. Im Fokus des Konzepts steht die Frage: „Was und wie soll an öffentlichen Schulen für alle unterrichtet werden?" In diesem Vortrag kann ich lediglich stichwortartig die Grundgedanken dieses Allgemeinbildungskonzepts skizzieren, um den systematischen Zusammenhang der nachfolgenden Überlegungen zu verdeutlichen. Ausführlicher wird das Konzept bei Heymann (1996) oder auch, für eilige Leser, bei Heymann (1997) dargestellt und begründet.

Ich gehe davon aus, dass die allgemeinbildenden Schulen in unserer Gesellschaft vornehmlich folgende unterscheidbaren – wenn auch nicht überschneidungsfreien – Aufgaben zu erfüllen haben:

- *Lebensvorbereitung*: Schülerinnen und Schüler sind auf absehbare Erfordernisse ihres beruflichen und privaten Alltags – vor aller beruflichen Spezialisierung – pragmatisch vorzubereiten;
- *Stiftung kultureller Kohärenz*: Damit Schülerinnen und Schüler eine reflektierte kulturelle Identität aufbauen können, hat die Schule wichtige kulturelle Errungenschaften zu tradieren (diachroner Aspekt) und zwischen unterschiedlichen Subkulturen unserer Gesellschaft zu vermitteln (synchroner Aspekt);
- *Weltorientierung*: Die Schule hat einen orientierenden Überblick über unsere Welt und die Probleme zu geben, die alle angehen; sie sollte zu einem Denkhorizont beitragen, der über den privaten Alltagshorizont hinausreicht;
- *Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch*: Im Sinne der Aufklärungsidee ist selbständiges Denken und Kritikvermögen zu fördern und zu ermutigen;
- *Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft*: Die Schule hat zu einem verantwortlichen Umgang mit den im Prozeß des Heranwachsens erworbenen Kompetenzen anzuleiten;
- *Einübung in Verständigung und Kooperation*: In der Schule ist ein Raum für Verständigung, Toleranz, Solidarität und gemeinsames Lösen von Problemen zu geben;
- *Stärkung des Schüler-Ichs*: Die Heranwachsenden sind als eigenständige Personen zu achten und ernst zu nehmen.

Diese Aufgaben allgemeinbildender Schulen, zu deren Erfüllung der Fachunterricht (in allen Fächer) beizutragen hat, verwende ich nun als Orientierungsrahmen, um zu zeigen: Die Auseinandersetzung mit Mathematik – und zwar weit über die Aneignung lebensnützlicher Inhalte hinaus – ist im Rahmen einer zeitgemäßen Allgemeinbildung nicht nur zu rechtfertigen, sondern unverzichtbar. Aber der herkömmliche Mathematikunterricht schöpft sein Allgemeinbildungspotential keineswegs aus. Mitunter verschüttet er es gar. Er bedarf gründlicher Reformen, wenn er sowohl legitimen gesellschaftlichen Anforderungen wie auch den individuellen Qualifikationsinteressen einer Mehrzahl der Schülerinnen und Schüler gerecht werden will.

3 Fünf Akzentsetzungen für einen allgemeinbildenden Mathematikunterricht

3.1 Lebensnützliches ernst nehmen

Empirische Untersuchungen bestätigen, was als geteilte Erfahrung zum Alltagswissen in unserer Gesellschaft gehört – wenn es auch selten deutlich ausgesprochen wird: Die bei weitem überwiegende Mehrzahl der Erwachsenen verwendet in ihrem beruflichen und privaten Alltag tatsächlich keine Mathematik, die „höher" ist als Prozent-, Zins- und Dreisatzrechnung (vgl. Heymann 1996, S. 135 ff.). Üblicherweise gehören diese Gebiete zum Stoff der siebten Klasse.

Damit ergibt sich eine fast paradoxe Situation: Mathematik ist in unserer Gesellschaft für die Aufrechterhaltung und Weiterentwicklung der technischen Zivilisation unverzichtbar: Anwendungen von Mathematik durchdringen immer mehr Lebensbereiche. Doch in vielen Fällen verbirgt sich die Mathematik hinter ihren technischen Anwendungen. Wer z. B. Auto fährt, eine Quarzuhr benutzt oder mit einem modernen Textverarbeitungssystem umgeht, braucht von der in diese Produkte investierten Mathematik keine Ahnung zu haben. Der größte Teil der üblichen, im Sekundarschulbereich gelehrten mathematischen Inhalte lässt sich nicht über seinen lebenspraktischen Nutzen rechtfertigen.

Andererseits werden im üblichen Mathematikunterricht viele Qualifikationen, die im beruflichen und privaten Alltag sehr hilfreich sind, nur unzureichend vermittelt: Im beruflichen und gesellschaftlichen Alltag spielen zunehmend „weichere" mathematiknahe Qualifikationen eine Rolle. Das „harte" Rechnen kann in vielen Fällen Maschinen (Taschenrechnern, Computern) überlassen werden. Aber es kommt in vielen Situationen darauf an, ein „Feeling" für Zahlen und quantitative Zusammenhänge entwickelt zu haben, sich Größenordnungen vorstellen zu können, Abschätzungen und Überschläge vornehmen zu können. Und da Mathematik als Kommunikationsmittel eine immer größere Bedeutung erlangt, ist es wichtig, Zahlenangaben (etwa zu Wahrscheinlichkeiten), Tabellen, Statistiken und graphische Darstellungen sachangemessen interpretieren zu können. Weiter kann der mathematisch verständige Umgang mit elektronischen Hilfsmitteln (die vielen Mathematiklehrern noch immer suspekt sind) im Alltag großen Nutzen bringen. Und last but not least ist dem Umsetzen einfacher Sachverhalte in mathematische Modelle und umgekehrt erheblich mehr Aufmerksamkeit zu schenken.

Wie mager es um entsprechende Kompetenzen deutscher Mathematikschüler bestellt ist, lässt sich anhand der folgenden Aufgabe aus TIMSS verdeutlichen:

Aufgabenbeispiel 1 (Baumert u. a. 1997, S. 69):

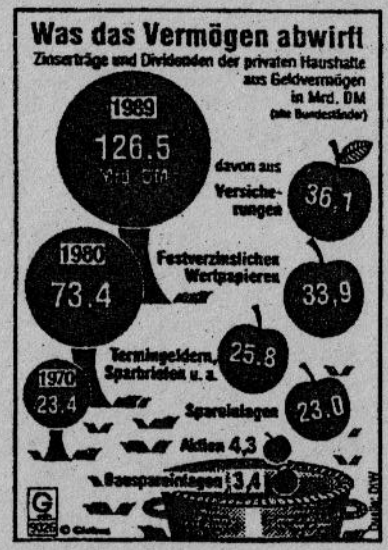
Der Preis einer Dose Bohnen wird von 60 Pfennig auf 75 Pfennig erhöht. Um wieviel Prozent ist der Preis gestiegen?

A. 15 %
B. 20 %
C. 25 %
D. 30 %

Von den deutschen Siebtklässlern lösten diese Aufgabe nur 33 % (8. Kl.: 37%).

Ein Aufgabenbeispiel aus dem nordrhein-westfälischen Lehrplan Mathematik für die Sekundarstufe I des Gymnasiums zeigt, wie man wie sich einen mathematisch verständigen Umgang mit grafischen Darstellungen vorstellen könnte (gleichzeitig ein Beispiel für Taschenrechner-Einsatz):

Aufgabenbeispiel 2 (Kultusministerium NRW 1993, S. 76):



„Die drei kugelförmigen Baumkronen in der ... Grafik sollen das Wachstum von Zinseinnahmen veranschaulichen. Beim Betrachten der Grafik stellt sich die Frage: Sollen die Zinseinnahmen proportional zu den Volumina der Baumkronen, zu den abgebildeten Kreisflächen oder zu deren Durchmesser sein?

Entscheide durch Nachmessen und Rechnen."

An der Aufgabenformulierung lässt sich gewiss kritisieren, dass sie die Tätigkeit der Schüler bereits sehr eng kanalisiert und letztlich die Abarbeitung rechnerischer Algorithmen einfordert. Man könnte die Aufgabe aber, unter Einsatz der gleichen Grafik, durchaus auch sehr viel offener formulieren und damit noch stärker das „Feeling" für Größenverhältnisse sowie Fähigkeiten zum Schätzen und Überschlagen fördern.

Zusammenfassend: Im herkömmlichen Mathematikunterricht wird der praktische Nutzen des zu Lernenden sowohl überschätzt wie unterschätzt. Einerseits brauchen die meisten Absolventen später erheblich weniger Mathematik, als es vielen Mathematiklehrer(inne)n lieb wäre; andererseits wird vieles, was wirklich (fast) alle brauchen könnten, randständig oder so gut wie gar nicht thematisiert.

Akzent 1: Lebensnützliche Mathematik ernst nehmen

Lebensnützliche mathematische Alltagsaktivitäten wie Schätzen, Überschlagen, Interpretieren und Darstellen sowie die verständige Handhabung technischer Hilfsmittel sollten im Mathematikunterricht aller Stufen, bei steigendem Anspruchsniveau, häufiger und intensiver thematisiert, mathematisch reflektiert und geübt werden.

3.2 Zentrale Ideen verdeutlichen

Zweifellos dient der elementare Mathematikunterricht, in der Grundschule und den unteren Klassen der Sekundarstufe I, der Kontinuität der mathematischen Alltagskultur. Nicht umsonst wird die Beherrschung der Grundrechenarten, gleichrangig mit den Qualifikationen des Lesens und Schreibens, zu den basalen Kulturtechniken gezählt.

Wie steht es in dieser Hinsicht um die „höhere" Schulmathematik, die mit der elementaren Algebra einsetzt? Selbstverständlich repräsentiert sie hochrangige kulturelle Errungenschaften der antiken, arabischen und modernen abendländischen Kultur. Die Art, in der sie üblicherweise gelehrt wird, verschleiert allerdings eher den geschichtlichen Hintergrund. Der Anspruch, die historische Genese mathematischer Erkenntnisse sichtbar zu machen, steht im Widerspruch zu einem Merkmal der modernen wissenschaftlich-mathematischen Fachkultur: sich in der Darstellung mathematischen Wissens, etwa bei der Formulierung von Definitionen, Sätzen und Beweisen, auf die abstrakten Strukturen zu konzentrieren und „historisch Zufälliges" als unsachgemäßes Beiwerk beiseite zu schieben. Hier müßten in der Schule, durch das Sichtbarmachen der historischen Genese mathematischer Erkenntnisse, andere Akzente gesetzt werden (vgl. Jahnke 1995).

Fast noch wichtiger als die Anreicherung des Mathematikunterrichts um historische Bezüge scheint es mir, die Universalität der Mathematik und ihre Bedeutung für die Gesamtkultur anhand zentraler Ideen exemplarisch erfahrbar zu machen. Der

Gedanke, den Mathematikunterricht an einer überschaubaren Menge zentraler Ideen auszurichten, ist nicht neu, aber bis heute nicht auf überzeugende Weise curricular und unterrichtspraktisch wirksam geworden. Zentrale Ideen könnten etwa sein: „Zahl", „Messen", „funktionaler Zusammenhang", „räumliches Strukturieren", „Algorithmus", „mathematisches Modellieren" (Heymann 1996, S. 173ff). Wie man sieht, handelt es sich dabei nicht einfach um mathematische Grundbegriffe. Die genannten Ideen repräsentieren sozusagen „Schnittstellen" zwischen der Mathematik und der übrigen Kultur; sie stellen Verbindungen zu außermathematischen Tätigkeiten her und hängen vielfältig untereinander zusammen. Derartige Ideen lassen sich im Unterricht auf verschiedenen Niveaus und anhand unterschiedlicher mathematischer Einzelthemen immer wieder aufgreifen. Sie können als „rote Fäden" dienen, die den Schülern bei ihrer Begegnung mit der Mathematik Orientierung ermöglichen.

Akzent 2: Zentrale Ideen verdeutlichen

Mathematikunterricht sollte deutlicher an zentralen Ideen orientiert sein, in deren Licht die Verbindung von Mathematik und außermathematischer Kultur exemplarisch sichtbar wird.

3.3 Mathematik mit der „übrigen" Welt verbinden

Schon im Abschnitt über die lebensvorbereitende Funktion der Mathematik kam zum Ausdruck: Mathematik ist konstitutiv für unsere Welt und zugleich in ihr verborgen. Es bedarf deshalb eines besonderen Umgangs mit Mathematik im Unterricht, um ihren Weltbezug deutlich werden zu lassen.

Der allgemeinbildende Mathematikunterricht sollte Schüler dazu befähigen, Mathematik auch dort zu „sehen", wo sie bei flüchtiger Betrachtung unsichtbar bleibt. Das Anwenden von Mathematik oder – modelltheoretisch gesprochen und die letzte zentrale Idee des vorigen Abschnitts aufgreifend – das „mathematische Modellieren" bekommt damit eine besondere Bedeutung. Zwar lässt sich der Mathematikunterricht nicht durchweg von Anwendungsproblemen her und auf Anwendungsprobleme hin gestalten. Aber im herkömmlichen Mathematikunterricht kommen solche Probleme meist zu kurz: Sie dienen oft nur als „motivierende" Einstiegsbeispiele oder werden in Gestalt realitätsfremder „eingekleideter Aufgaben" an systematische Kurse angehängt. Durch die Beschäftigung mit Problemen, bei denen – im Unterschied zu den traditionellen eingekleideten Aufgaben – keineswegs von vornherein klar ist, ob Mathematik (und wenn, welche) zu ihrer Lösung dienlich sein kann, können Schüler etwas über Mathematik und das betreffende Stück Welt lernen.

Aktives mathematisches Modellieren schult darin, alltägliche Phänomene „mit anderen Augen" zu sehen, nämlich im Hinblick auf grundlegende Strukturen. Und gleichzeitig bietet ein Mathematikunterricht, in dem aktives Modellieren gepflegt

wird, Gelegenheiten zur Reflexion darüber, dass (und warum) nicht alles, was wichtig ist im Leben, mathematisch modellierbar ist.

Im neuen Mathematik-Lehrplan für die Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen, der sich zur Zeit im Genehmigungsverfahren befindet und an dem ich als wissenschaftlicher Berater mitgewirkt habe, ist ein neuer Weg eingeschlagen worden, Mathematik und „übrige" Welt stärker miteinander zu verbinden. Einige Grundzüge dieses Lehrplans möchte hier beispielhaft vorstellen.

Das Curriculum folgt als organisierendem Prinzip nicht primär einer „Fachsystematik", sondern durchläuft spiralig eine Reihe von „Themenfeldern", die in jeder Doppeljahrgangsstufe (5/6, 7/8 und 9/10) wieder neue Anlässe zu einer intensiven und vertiefenden Auseinandersetzung mit Mathematik bieten. Die Themenfelder, deren Behandlung obligatorisch ist, werden in vierspaltigen Tableaus erläutert: Neben einer kurzen inhaltlichen Beschreibung finden sich bei jedem Themenfeld Ausführungen zu den „Anforderungen", den „Inhalten", zu „Sinn, Bedeutung, zentralen Ideen" und jeweils zwei „Lernsituationen mit Handlungsmöglichkeiten". Die „Lernsituationen" sind nicht verpflichtend, sondern als Anregung gedacht.

Vor einer Gesamtliste der Themenfelder ein Einzelbeispiel aus der Jahrgangsstufe 5/6 (Richtlinien Gesamtschule NRW, 1998, S. 50f):

Anforderungen	Inhalte	Sinn, Bedeutung, zentrale Ideen	**Lernsituationen mit Handlungsmöglichkeiten**
Themenfeld: Daten Informationen sammeln und darstellen, Schaubilder zeichnen und deuten			
Wissen, wie Fragebögen erstellt und Umfragen durchgeführt werden können; Daten auswerten und in Diagrammen darstellen; einfache Kennwerte bestimmen und interpretieren	**Arithmetik:** Grundrechenarten; Dezimalzahlen; einfache Bruchzahlen; **Geometrie:** Diagramme, Koordinaten **Stochastik:** Daten erheben und darstellen; einfache statistische Kennwerte **Hilfsmittel:** Zeichengeräte; Taschenrechner	Mit Hilfe der Beschreibenden Statistik können größere Datenmengen strukturiert und nach bestimmten Gesichtspunkten ausgewertet werden, wobei graphische Darstellungen sehr hilfreich sind. Eine solche Aufarbeitung ermöglicht, Sachverhalte zu beschreiben, zu präzisieren, zu vergleichen und darüber zu sprechen.	**Wir lernen uns kennen** Fragen entwickeln (z. B. „Was möchte ich über meine neue Klassengemeinschaft wissen?"); einen Fragebogen zu Körpermaßen, Sozialdaten, Hobbys usw.entwickeln; Daten in Listen erfassen und in Diagrammen darstellen; Daten mehrerer Klassen nach unterschiedlichen Kriterien vergleichen. **Unsere Fernseh-(Medien-) gewohnheiten** Fragen entwickeln (z. B. „Wie sehen die Fernseh-(Medien-)gewohnheiten unserer Klassengemeinschaft aus?"); Fragebögen zu Fernsehzeiten, Lieblingssendungen, Dauer des Fernsehkonsums usw. entwickeln; Daten in Listen erfassen und in Diagrammen darstellen; Daten mit statistischen Aussagen in der Presse vergleichen.

Es folgt eine Liste der in 5/6 und 7/8 identischen (und in 9/10 weitgehend identischen) Themenfelder, illustrierend ergänzt durch die Lernsituationen für 5/6 und 7/8:

Themenfeld	**Lernsituationen für 5/6**	**Lernsituationen für 7/8**
Daten	Wir lernen uns kennen Unsere Fernseh-(Medien-) gewohnheiten	Mein Arbeitstag als Schüler Pubertät macht Probleme
Körper und Flächen	Wir erstellen ein Modell unserer Schule Wir untersuchen Verpackungen	Die eigene „Bude" unterm Dach einrichten Forschungen rund ums Dreieck
Vergleichen und Messen	Wie kommen wir am besten, am schnellsten zu unseren Freunden? Wie wir wohnen	Flächennutzungen vergleichen Bestandteile in Lebensmitteln
Beziehungen im Raum	Wir erkunden ein Gelände Wir orientieren uns mit Hilfe von Karten	Mit Gebäudeplänen umgehen In Karten zurechtfinden
Gesellschaft und Wirtschaft	Wir kaufen bewusst ein Was kostet mein Haustier?	Eine Klassenfahrt planen Augen auf beim Ratenkauf
Symmetrien und Muster	Wir entdecken und erfroschen Muster in der Natur Wir betrachten und erstellen Ornamente	Historische Gebäude oder Parkanlagen Platonische Körper bauen
Zufall	Wir würfeln und untersuchen unser Glück Wir entschlüsseln eine Geheimschrift	Zufallsgrößen untersuchen Chancen bei Glücksspielen
Zuordnungen und Modelle	Wir beobachten das Wetter im Jahreslauf Veränderungen bei Zeit und Weg	Verkehrsmittel vergleichen Veränderungen darstellen und vergleichen
Mathematische Reisen	Rechnen in früherer Zeit Geometrische Spiele	Codierung von Zahlen Figurierte Zahlen entdecken
Freizeit, Technik und Sport	Rund um den Ballsport Wir musizieren	Getriebe untersuchen und erstellen Modeschmuck basteln
Mathematische Grundfertigkeiten	(Aufgaben zur Sicherung der Grundrechenarten, Dezimalzahlen, Brüche, Schätzungen)	(Mit Brüchen und Variablen rechnen)

Schließlich, zur Verdeutlichung der Spiraligkeit, zeigt die folgende Liste, wie die Themenfelder (hier nur eine Auswahl) in den drei verschiedenen Doppeljahrgangsstufen mit steigendem mathematischen Anspruchsniveau jeweils neu aufgegriffen werden (Richtlinien Gesamtschule NRW, 1998, S. 45f):

Themenfeld: Daten (in 9 und 10: Daten und Zufall)

- Informationen sammeln und darstellen, Schaubilder zeichnen und deuten
- Daten erheben, darstellen und analysieren
- Wahrscheinlichkeitsaussagen treffen, darstellen und interpretieren

Themenfeld: Körper und Flächen

- Geometrische Körper und Flächen in der Umwelt entdecken, gestalten, beschreiben und benennen
- Ebene Figuren und Körper untersuchen, Beziehungen erkennen und berechnen
- Körper und Flächen konstruieren, berechnen und an Gegenständen des Alltags und der Technik wieder entdecken

Themenfeld: Vergleichen und Messen

- Messen in verschiedenen Lebensbereichen
- Mit Anteilen rechnen, sie interpretieren und vergleichen
- Große und kleine Zahlen in wissenschaftlicher Notation zur Beschreibung von Größenordnungen

Themenfeld: Beziehungen im Raum

- Die Ebene mit Richtungen, Entfernungen und Koordinaten erfassen
- Geometrische Beziehungen zwischen Raum und Ebene zur Orientierung benutzen
- Beziehungen in Dreiecken zur Berechnung von Strecken und Winkeln nutzen

Themenfeld: Gesellschaft und Wirtschaft

- Den alltäglichen Umgang mit Geld mathematisch vertiefen
- In Alltagssituationen kalkulieren und abwägen
- Situationen des privaten und gesellschaftlichen Lebens mit mathematischen Mitteln beschreiben und bewerten

Als Resümee dieses Abschnitts halte ich fest:

> *Akzent 3: Mathematik mit der „übrigen" Welt verbinden*
>
> Mathematikunterricht sollte vielfältige Erfahrungen ermöglichen, wie Mathematik zur Deutung und Modellierung, zum besseren Verständnis und zur Beherrschung primär nicht-mathematischer Phänomene herangezogen werden kann.

3.4 Mathematik als „Denkverstärker" erfahren lassen

Dass man durch die Beschäftigung mit Mathematik seine geistigen Fähigkeiten entwickele, insbesondere denken lerne, ist die traditionsreichste Begründung für Mathematik als allgemeinbildendes Schulfach. Doch ist diese Begründung stichhaltig? Überblicksartig seien einige Folgerungen aus der neueren kognitionspsychologischen Forschung und aus der Erforschung von Interaktionsprozessen im Mathematikunterricht benannt. Dabei verzichte ich auf die detaillierte Angabe von Quellen und beschränke mich auf Kernaussagen.

Empirische Untersuchungen, in denen eine allgemeine Denkschulung durch den Mathematikunterricht oder der Transfer des Gelernten auf Problemlösungen außerhalb des Unterrichts nachgewiesen werden sollte, verliefen in der Regel enttäuschend (eine detailliertere Auseinandersetzung mit der entsprechenden Forschung findet sich bei Heymann 1996, S. 95 ff. u. S. 205-248). Pointiert gesagt: Die Beschäftigung mit Mathematik führt nicht per se zu einer Verbesserung der allgemeinen Denkfähigkeit. Erst recht kann nicht die Rede davon sein, dass Mathematikunterricht ohne weiteres zum kritischen Vernunftgebrauch befähigt. Allzu viele Kinder, Jugendliche und Erwachsene gewinnen aus ihren Schulerfahrungen den Eindruck, dass zwischen ihrem vernünftigen Denken im Alltag und dem im Unterricht erwarteten „mathematischen Denken" eine tiefe Kluft besteht. Selbst bei vielen Personen, die an der Schulmathematik nicht offenkundig scheitern, kollidieren mathematische und alltägliche Konzepte.

Ein Beispiel dazu. Eine charakteristische Szene mit meiner Tochter Katharina – seinerzeit 13 Jahre alt und dem Fach Mathematik nicht sonderlich zugetan – illustriert dieses Phänomen und erlaubt zugleich erste Vermutungen darüber, durch welche Mißverständnisse die Kluft zwischen dem mathematischen und dem Alltagsdenken zustande kommt: Katharina hatte, im Rahmen einer Hausaufgabe, unter ordnungsgemäßer Anwendung der Bruchrechenregeln die Zahl 2 durch 1/4 dividiert und kam dann zu mir, weil sie sich über die 8 als Ergebnis wunderte. Wieso konnte das Ergebnis größer sein als der Dividend? Sie hatte doch "geteilt"! Ich versuchte ihr einsichtig zu machen, weshalb das (im Bereich positiver Zahlen) bei Division durch Zahlen, die kleiner als 1 sind, so sein muß. Als Gegenbeispiel hielt sie mir vor, wenn sie einen Apfel „in Viertel" teile, seien die Stücke aber kleiner als der Apfel. Ich wies sie auf den Unterschied zwischen „teilen in" und „teilen durch" hin. Abschließend meinte sie: „Okay, ich weiß jetzt, wie man das rechnen muß. Aber du willst mir doch wohl nicht weismachen, dass man in Mathe logisch denkt!"

Anhand dieses Beispiels lassen sich gleich mehrere Aspekte gut verdeutlichen, die so häufig zu einem Konflikt zwischen dem mathematischen und alltäglichen Denken führen.

Offensichtlich hat zu Katharinas Verwirrung der Umstand beigetragen, dass ein Wort der Umgangssprache in einer fachsprachlichen Bedeutung gebraucht wird. In der Tat wird das Wort „teilen" im Alltag fast immer verwendet, um das Zerlegen einer Gesamtheit in kleinere Bestand„teile" zu bezeichnen. Unterscheidungen wie die zwischen „teilen in" und „teilen durch" müssen Schülern als spitzfindig erscheinen, solange sie einer systematischen Präzisierung alltäglicher Teilungsprobleme durch mathematische Mittel keinen Eigenwert zubilligen – was ja schon eine spezifisch mathematische Haltung voraussetzen würde.

Das Verfahren der „Division" lässt sich als präzisierendes und vereinheitlichendes Modell in vielen Alltagssituationen einsetzen, in denen es um Teilungsprozesse geht und in denen – als Modellvoraussetzung – die Quantifizierbarkeit des Teilungsprozesses gegeben ist. Für die Modellierung der Prozesse des Verteilens und des Aufteilens reicht in der Tat die Division durch natürliche Zahlen aus; die

(innermathematisch konsequente) Erfindung der rationalen Zahlen bringt dann sozusagen gegenüber den „natürlichen" Ausgangssituationen einen enormen Überschuß an Modellierungspotential mit sich. Auch dafür lassen sich „natürliche" Alltagssituationen angeben, in denen dann allerdings umgangssprachlich nicht mehr vom „Teilen" die Rede ist, sondern beispielsweise vom „Passen in": Wie viele Viertel passen in 2 Ganze? Der Denkweg zu derartigen „Passen in"-Situationen, die für einen erheblich größeren Teil von Divisonsproblemen einen anschaulichen Hintergrund stiften könnten, ist vielen Schülern, die herkömmlich unterrichtet wurden, allerdings versperrt, weil für sie „dividieren" mit „teilen" (im Sinne von „verteilen" und „aufteilen") anschaulich fest assoziert ist, und damit auch mit dem Spezialfall natürlicher Zahlen als Divisoren.

Damit aber drängt sich die Vermutung auf: Es ist nicht so sehr ein unterschiedliches *Denken*, durch das sich Katharina und ich in der geschilderten Szene unterscheiden, sondern die Interpretation der verwendeten Begriffe. Solange das mathematische „Dividieren" mit dem umgangssprachlichen „Teilen" gleichgesetzt wird, hat Katharina mit ihrer Kritik an der mathematischen Vorgehensweise recht. Denn die Erkenntis, die umgangssprachlich beschrieben wird mit „Teile sind stets kleiner als die Gesamtheit, die geteilt wird", lässt sich zweifellos im Alltag immer wieder durch Beobachtungen bestätigen, ist also hochgradig erfahrungsgesättigt. Wenn nun dieser Sachzusammenhang in der Mathematik (scheinbar) außer Kraft gesetzt wird, muß das jemandem, der von der Gültigkeit dieses Zusammenhangs überzeugt ist, befremdlich, unvernünftig oder eben sogar unlogisch vorkommen. In dem Moment, in dem ein Schüler einsieht, dass das mathematische „Dividieren" ein *verallgemeinertes* alltagssprachliches „Teilen" ist, mit dessen Hilfe sich neben den Spezialfällen des Aufteilens und Verteilens beispielsweise auch Situationen der Art „wie viele x passen in y?" oder – allgemeiner und gleichzeitig auf eine spezialistischere Art mathematisch – „mit welcher Zahl muß x multipliziert werden, dass y herauskommt?" beschreiben lassen, in dem Moment verschwindet der scheinbare Widerspruch, und die mathematische Sprechweise erscheint ganz selbstverständlich: logisch und vernünftig.

Als letztes möchte ich den Blick auf den motivationalen Auslöser der Episode lenken. Dass Katharina das korrekt errechnete Ergebnis nicht einfach hinnimmt, sondern hinterfragt, weil es einer durch ihre Alltagserfahrungen gestützten Erwartung widerspricht, ist selbst ein Zeichen für kritischen Vernunftgebrauch. Ein Mathematikunterricht, der derartige Fragen abblockt oder für unsinnig erklärt, leistet sicher keinen Beitrag zur Förderung kritischen Denkens.

Damit möchte ich die Betrachtung des Beispiels verlassen und in meinen allgemeinen Überlegungen fortfahren. Ganz sicher lässt sich festhalten: Ein denkfördernder Mathematikunterricht muß vor allem verstehensorientiert sein. Aus subjektiver Sicht stellt sich Verstehen ein, wenn ein zuvor fremdartiger Sachverhalt als sinnvoll erlebt wird. Verstehen lässt sich nicht von außen erzwingen. Es lassen sich aber Bedingungen schaffen, die dem Verstehen förderlich sind. Einige hat Wagenschein (1975) mit seinem genetisch-sokratischen Unterrichtskonzept beschrieben.

Zum Verstehen eines neuen mathematischen Sachverhalts gehört, dass er mit vorhandenem Wissen verknüpft werden kann. Ein verstehensorientierter Mathematikunterricht hat größere Realisierungschancen, wenn Denkstrategien und Heuristiken, Vorstellungsbilder und Metaphern des Alltagsdenkens für die Mathematik fruchtbar gemacht werden, wenn neben dem formalen Charakter der Mathematik (als eines abstrakten Symbolsystems, innerhalb dessen nach bestimmten „Spielregeln" verfahren weden kann) auch ihrem referentiellen Charakter (d. h., die mathematischen Symbole repräsentieren in bestimmten Situationen mehr oder weniger konkrete Bedeutungen) genüge getan wird, wenn – einfacher ausgedrückt – immer wieder „Brücken" zwischen dem mathematischen und dem alltäglichen Denken geschlagen werden. So wird Schülern die Chance gegeben, sich mit den Besonderheiten mathematischer Abstraktion schrittweise vertraut zu machen. Erst auf der Basis hinreichend verstandener Mathematik können Schüler erfahren, dass mathematische Begriffe und Techniken in vielen Situationen als „Verstärker" ihres Alltagsdenkens taugen. Und auf dieser Basis erst kann Mathematik auch als Mittel zur Aufklärung bzw. als Gegenstand kritischen Hinterfragens erlebt werden.

Das Verstehen der im Unterricht anstehenden Mathematik ist eine wichtige, jedoch keine hinreichende Voraussetzung für die angestrebte Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch. Da Denken immer inhaltsgebunden ist, hängt die Förderung kritischen Denkens auch von der Wahl der Inhalte ab. Gewiß lässt sich scharfsinniges Denken mittels Mathematik schulen. Soll dieser Scharfsinn aber nicht auf die Mathematik beschränkt bleiben, ist die erwünschte Übertragung immer wieder anhand beziehungsreicher Themen, in denen Mathematik und übrige Welt aufeinander bezogen werden, zu üben und im Blick auf dabei verwendete allgemeine Regeln und Prinzipien zu reflektieren.

Fast noch bedeutsamer als die Themenwahl erscheint schließlich, dass Kinder und Jugendliche den Umgang mit Mathematik und interessanten mathematischen Anwendungen in einer gelebten sozialen Praxis vernünftigen Argumentierens, Befragens, Anzweifelns und Begründens erfahren können.

Auch hier möchte ich noch einmal ganz konkret zwei Aufgaben anführen – stellvertretend für viele andere –, die zu einem denkfördernden Mathematikunterricht sicher besser passen als die meisten Standardaufgaben, die den Alltag in unseren Klassenzimmern prägen:

Aufgabenbeispiel 3 (Kultusministerium NRW 1993, S. 75):

In einem Zeitungsbericht war zu lesen: „Fuhr vor einigen Jahren noch jeder zehnte Autofahrer zu schnell, so ist es mittlerweile 'nur noch' jeder fünfte. Doch auch fünf Prozent sind zu viele, und so wird weiterhin kontrolliert, und die Schnellfahrer haben zu zahlen."
Wo stecken hier Fehler?

Aufgabenbeispiel 4 (Kultusministerium NRW 1993, S. 73):

a) Multipliziere schriftlich $3{,}26 \cdot 4{,}37$ und beantworte allgemein, wie die letzte Ziffer eines Produktes von den letzten Ziffern der Faktoren abhängt.

b) Welche Zahl liefert dein Taschenrechner für $\sqrt{2}$? Wie viele Nachkommastellen hat das Quadrat dieser Zahl, welches ist die letzte Ziffer?

c) Begründe mit a) , dass $\sqrt{2}$ keine Dezimalzahl mit endlich vielen Stellen sein kann.

Ob Mathematikunterricht mit Recht eine Schule des Denkens, vielleicht sogar des kritischen Denkens genannt werden kann, hängt also von Randbedingungen ab, die im Unterricht aller Schultypen und Altersstufen nur allzu oft verletzt werden. Ein Unterricht, in dem das Einschleifen der gängigen Lösungswege der Schulmathematik den Vorrang hat vor Verstehen, vor bewußtem Bemühen um Transfer, vor ausdrücklichen Herausforderungen der Kritikfähigkeit, trägt eher zur Einschläferung der kritischen Vernunft bei als zu ihrer Mobilisierung.

Akzent 4: Mathematik als „Denkverstärker" erfahren lassen

Den Schülern sollte genügend Zeit und Gelegenheitgegeben werden, den eigenen Verstand aktiv konstruierend und analysierend einzusetzen, um Mathematik zu verstehen und sich ihrer zur Klärung fragwürdiger Phänomene bedienen zu können – gleichsam als „Verstärker" ihres Alltagsdenkens.

3.5 Unterrichtskultur entwickeln

Die Beziehung des Faches Mathematik zu den bislang thematisierten Allgemeinbildungsaufgaben wies deutlich inhaltliche Komponenten auf:

- Es gibt einen spezifisch mathematischen Beitrag zur Bewältigung alltäglicher Lebenssituationen.
- Mathematik ist als hochrangige kulturelle Hervorbringung Teil unserer Kultur.
- Mathematik ist über ihre Anwendungen vielfältig in unsere Welt verflochten.
- Vernünftiges Denken ist gewissermaßen das Medium, durch das Mathematik als schöpferische Leistung des Menschen überhaupt erst in die Welt treten kann.

Hingegen hat Mathematik mit den in der letzten Überschrift genannten sozialethischen und auf die Person des Schülers bezogenen Aufgaben der Schule inhaltlich zunächst nichts zu schaffen. Darin zeigt sich ein Unterschied zu vielen anderen Schulfächern, in denen zumindest Teilaspekte dieser drei Aufgaben als Gegenstand fachbezogener Erörterung und Reflexion in Betracht kommen.

Das Fehlen eines *inhaltlichen* Bezugs zwischen den drei diesem Abschnitt vorangestellten Allgemeinbildungsaufgaben und dem Fach Mathematik mag mit dazu beitragen, dass im Mathematikunterricht häufig eine besondere Spannung zwischen pädagogischen und fachlichen Ansprüchen spürbar ist. Bestimmte Eigenheiten des Schulfaches Mathematik – Stichworte: Interaktionsstruktur, dominantes Expertentum des Lehrers, fachspezifische Sozialisation der Lehrer, übermäßige Betonung der formalen und algorithmischen Züge der Mathematik, Präsentation mathematischer Erkenntnisse als unanzweifelbares Wissen – scheinen potentiell mit allen drei Allgemeinbildungsaufgaben in Konflikt zu geraten: sowohl mit der Wekkung von Verantwortungsbereitschaft, mit der Einübung in Verständigung und Kooperation wie auch mit der Stärkung des Schüler-Ichs. Es ist nicht etwa so, dass diese Ziele von Mathematiklehrern, die ja meist auch andere Fächer unterrichten, generell nicht angestrebt oder erreicht würden. Aber sogar dann, wenn in dieser Richtung Bemühungen und Erfolge zu verzeichnen sind, ergibt sich bei nüchterner Betrachtung häufig der Eindruck, dass die Erfolge nicht *durch* den Fachunterricht, sondern *trotz* des Faches zustande gekommen sind.

Die Kernthese des vorliegenden Abschnitts lässt sich pointiert so formulieren: Wenn im Mathematikunterricht die vorangestellten sozialethischen und personbezogenen Zielsetzungen ernstgenommen werden, hat das auch erhebliche Konsequenzen für den gemeinsamen Umgang mit der Mathematik im Unterricht: Denn *sozial* lernt man vor allem durch die Art, *wie* man zusammen mit anderen *fachlich* lernt.

Ein Mathematikunterricht, der sich neben den kognitiven auch die nicht-kognitiven Zielsetzungen des zugrunde gelegten Allgemeinbildungskonzepts zu eigen macht, bedarf deshalb einer Unterrichtskultur, in der soziales und fachliches Lernen nicht voneinander abgespalten sind. In einer solchen Unterrichtskultur muß Raum sein für eine produktive Auseinandersetzung mit Fehlern, für Fragen nach Sinn und Bedeutung, für Umwege, für die Diskussion alternativer Deutungen und subjektiver Sichtweisen, für Ideenaustausch und kooperative Arbeitsformen, für spielerischen und kreativen Umgang mit Mathematik sowie eigenverantwortliches Tun. Innere Differenzierung und vielfältige Arbeitsformen können helfen, allzu eintönige Ablaufrituale zu durchbrechen und der Unterschiedlichkeit individueller Zugänge zur Mathematik besser gerecht zu werden.

Akzent 5: Unterrichtskultur entwickeln

Es ist eine Unterrichtskultur zu entwickeln, in der Raum ist für die subjektiven Sichtweisen der Schüler, für Umwege, alternative Deutungen, Ideenaustausch, spielerischen Umgang mit Mathematik und eigenverantwortliches Tun.

4 Eine Vision: Mathematikunterricht im Jahre 2020

Bis zum Jahr 2020 sind es nur noch gut 20 Jahre. Weiter in die Zukunft möchte ich nicht gehen, weil ich über eine Zeit phantasieren möchte, in der ich mit einiger Wahrscheinlichkeit selbst noch lebe.

Realistischerweise sollten wir uns eingestehen: Alle Zukunftvisionen basieren in irgendeiner Form auf Erfahrungen der Vergangenheit, die wir lediglich auf unterschiedliche Weise deuten und extrapolieren. Deshalb beginne ich mit einem kurzen Blick zurück: Wie sah es vor 20 und wie vor zwei mal 20 Jahren in Mitteleuropa aus? Ohne das hier näher ausführen zu können, lässt sich wohl konstatieren: Die Lebenswelt hat sich für Kinder und Jugendliche, aber auch für berufstätige Erwachsene und Ruheständler im betrachteten Zeitraum, vor allem durch die Neuentwicklung und Verbreitung einer Vielzahl technischer Produkte, darunter nicht zuletzt die Computer und auf ihnen basierenden Technologien, drastisch gewandelt.

Können wir das ebenfalls vom Mathematikunterricht behaupten? Vor zwei mal 20 Jahren besuchte ich gerade die Klasse 6 eines Gymnasiums. Vor ca. 20 Jahren unterrichtete ich selbst, frisch examiniert, an einer Schule Mathematik, und mein Sohn, der heute Wirtschaftsmathematik studiert, stand kurz vor der Einschulung. Wenn ich nun die Eindrücke aus meiner eigenen Zeit als Mathematikschüler Ende der fünfziger Jahre, die aus meiner Zeit als Junglehrer und Vater eines mathematiklernenden Schülers Ende der siebziger und diejenigen, die ich zur Zeit bei Praktikumsbesuchen im Mathematikunterricht an allen Schulformen sammle, wenn ich diese Eindrücke kontrastiere mit dem, was sich generell in unserer Gesellschaft im gleichen Zeitraum verändert hat, so stelle ich verblüfft fest: *Im Mathematikunterricht hat sich vergleichsweise fast nichts geändert.* Selbst der zwischenzeitliche Modernisierungssturm, der durch die Propagierung von Strukturmathematik und Mengenlehre durch die Klassenzimmer fegte, hat, im Nachhinein gesehen, nur wenige Spuren hinterlassen. Wir brauchen es nicht bei persönlichen Eindrücken belassen, auch empirische Untersuchungen, zuletzt noch die im Rahmen von TIMSS auf Video aufgezeichneten Unterrichtsstunden, die die Konstanz bestimmter Interaktionsformen und methodischer Ablaufmuster beeindruckend dokumentieren, machen deutlich: Der Mathematikunterricht, zumindest in Deutschland, ist ein Hort der Tradition.

Was also sollte uns annehmen lassen, dass die Innovationsrate in den kommenden 20 Jahren dramatisch steigt? Eigentlich spricht nicht allzu viel dafür.

Dennoch ist es nicht undenkbar, dass sich einige schon heute absehbare Tendenzen synergetisch so miteinander verkoppeln lassen, dass es zu einem qualitativen Sprung kommt. Ich deute diese Tendenzen stichwortartig an:

- Deutliche Verjüngung der Lehrerschaft (bevorstehende Pensionierungswelle in Deutschland);

- Neue bildungspolitische Anstrengungen in Folge von internationalen Vergleichsuntersuchungen wie TIMSS (Qualitätssicherung);
- Reform der Lehrerbildung;
- Änderung des Beamtenrechts und neue Kooperationsstrukturen im Schulbereich;
- Neustrukturierung des allgemeinbildenden Mathematikcurriculums durch mehr Anwendungsorientierung, Vernetzung mit fachübergreifenden Fragestellungen und Einbezug von Sinnfragen (Tendenzen dazu in neuen Lehrplänen und Schülerbüchern);
- Eindringen reformpädagogischer Elemente (z. B. innere Differenzierung über Formen freier Arbeit) in die Sekundarstufen-Didaktik, mit Auswirkungen auf die mathematische Unterrichtskultur;
- Etablierung des (vernetzten) Computers als ganz „normales" Arbeitsmittel im Mathematikunterricht;
- Veränderungen in der gesellschaftlich-kulturellen Wertschätzung schulischen Lernens.

Dabei übersehe ich durchaus nicht, dass einige dieser Tendenzen sehr ambivalent sind und sich durchaus restriktiv auf die zukünftige Entwicklung von Schule im Allgemeinen und Mathematikunterricht im Besonderen auswirken könnten. Hier möchte ich jedoch einmal optimistisch davon ausgehen, dass es uns gelingt Mittel zu finden, die eingangs angesprochene dreifache Krise des Mathematikunterrichts, seine Akzeptanz-, Legitimations- und Effizienzkrise, merklich zu mildern.

Ich komme dann am 20.12.2020 in das blaue Mathematik-Lernkabinett der (noch zu gründenden) „Bertrand-Russell-Schule" in Siegen, in dem ca. zwanzig 15- bis 17-jährige Schülerinnen und Schüler intensiv arbeiten. Mir wird erklärt, dass es sich um einen „Mathe-LAL-Kurs" handele: „LAL" steht dabei für „Lust auf Leistung", und in diesem Kurs finden sich diejenigen Schüler dieser Altersgruppe, die bis zu diesem Zeitpunkt eine besondere Befähigung für und/oder ein besonderes Interesse an Mathematik entwickelt haben. (Wie mir berichtet wird, besuchen die anderen Schüler dieser Altersgruppe „MAMA-Kurse"; „MAMA" steht dabei offiziell für „Mathematik als Modul von Allgemeinbildung", die Schüler sagen schlicht und treffend „Mathe als Marschgepäck").

Mangels fehlenden Einblicks in die technischen Innovationen der kommenden zwei Jahrzehnte nehme ich vereinfachend an, dass in diesem Lernkabinett zwölf Computerarbeitsplätze zur Verfügung stehen. Gut die Hälfte der Schüler arbeitet, in Zweier-, Dreier- und Vierergruppen, an Modellierungsproblemen. Papier und Bleistift sowie Flip Charts finden ebenso Verwendung wie der Computer. Die Probleme haben sie sich entweder, mit Beratung der Lehrererin, selbst zurechtgelegt, oder aber aus einem per Internet verfügbaren Pool solcher Probleme ausgewählt (dieser Problempool ist aus einem inzwischen historischen Versuch hervorgegangen, der im vergangenen Jahrhundert unter dem Namen MUED bekannt wurde).

Die Schüler sind zum Teil in höchst intensive Diskussionen vertieft. Wenn sie Rat brauchen, können sie sich jederzeit an ihre dreißigjährige Lehrerin oder zwei Tutoren wenden, als die sich aus Oberstufenschülern der Bertrand-Russell-Schule rekrutieren und die auf diese Weise ein Didaktik-Praktikum absolvieren. Eine Spitzengruppe mathematisch besonders begabter Schülerinnen beschäftigt sich mit einem kniffligen Optimierungsproblem, mit dem ein mittelständischer Siegener Unternehmer an die Schule herangetreten ist – ein Service, den die Schule für die Region anbietet. Eine Vertreterin der Firma ist anwesend und diskutiert mit den Schülerinnen die bisher erarbeiteten Lösungsansätze durch. – Andere Schüler widmen sich intensiv der Aufarbeitung von Grundlagen und Wissenslücken. Per Computer haben sie Zugriff auf eine Fülle intelligent zusammengestellter Lehrgänge, Beispiele und Übungsaufgaben. Den durch ihre Lernanstrengungen bewirkten Fortschritt überprüfen sie wahlweise per Selbstevaluation oder durch wechselseitige Kontrolle in Kooperation mit einem Mitschüler.

Ich breche hier meine Schilderung einfach ab.

Schließen möchte ich mit der Behauptung: Wenn wir den Mathematikunterricht so verändern wollen, dass er eine zeitgemäße mathematische Allgemeinbildung verkörpert, brauchen wir dreierlei: ein auf dem Stand der Forschung gründendes und bildungstheoretisch reflektiertes Konzept, das offen ist für Kritik und neue gesellschaftliche und technische Entwicklungen, ansteckende und beflügelnde Visionen, über die wir uns immer wieder neu austauschen, und viele kleine Schritte aller am Mathematikunterricht Beteiligten.

Literatur

Baumert, J., Lehmann, R. u. a. (1997): TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Opladen: Leske und Budrich.

Jahnke, H. N. (1995): Al Khwarizmi und Cantor in der Lehrerbildung. In: Biehler, R. u. a. (Hrsg.): Mathematik allgemeinbildend unterrichten: Impulse für Lehrerbildung und Schule. Köln: Aulis. S. 114–136.

Heymann, H. W. (1996): Allgemeinbildung und Mathematik: Weinheim: Beltz.

Heymann, H. W. (1997): Allgemeinbildung als Aufgabe der Schule und als Maßstab für Fachunterricht. In: Heymann, H. W. (Hg.): Allgemeinbildung und Fachunterricht. Hamburg: Bergmann + Helbig.

Heymann, H. W. (1998): Eine bildungspolitisch provozierende Botschaft. Rezension zu: Baumert, J., Lehmann, R. u. a. (1997): TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. In: Zeitschrift für Soziologie der Erziehung und Sozialisation 18 (1998), Heft 3, S. 318-320.

Kultusministerium des Landes Nordrhein-Westfalen (Hrsg.) (1993): Richtlinien und Lehrpläne für das Gymnasium – Sekundarstufe I – Mathematik. Frechen: Ritterbach.

Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe I – Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen – Mathematik (1998). Entwurfsfassung (zur Zeit im Genehmigungsverfahren).

Wagenschein, Martin (1975): Verstehen lehren. Genetisch – Sokratisch – Exemplarisch. Weinheim/ Basel: Beltz (5. Aufl.).

Quelle: Mathematische Bildung und neue Technologien.
Vorträge beim 8. Internationalen Symposium zur Didaktik der Mathematik Universität Klagenfurt, 28.9.–2.10.1998.
Klagenfurter Beiträge zur Didaktik der Mathematik. Teubner Stuttgart/Leipzig 1999, S. 147–165