

Lernschwierigkeiten Algebra

Zusammenfassung
“Äquivalenzumformung”

Wintersemester 2025

Übersicht

1. Definition
2. Verstehensgrundlage
3. Diagnostizieren
4. Fördern

Definition

Lösen einer linearen Gleichung
der Form $T1(x) = T2(x)$
durch Äquivalenzumformung meint,

die Gleichung als Ganze mehrfach so umformen,
dass die Lösungsmenge unverändert bleibt
und zuletzt eine Gleichung der Form
 $x = \text{Zahl}$ entsteht.

Verstehensgrundlagen : Grundvorstellungen

Zwei Verfahren
des LöSENS von Gleichungen
der Form $T1 = T2$

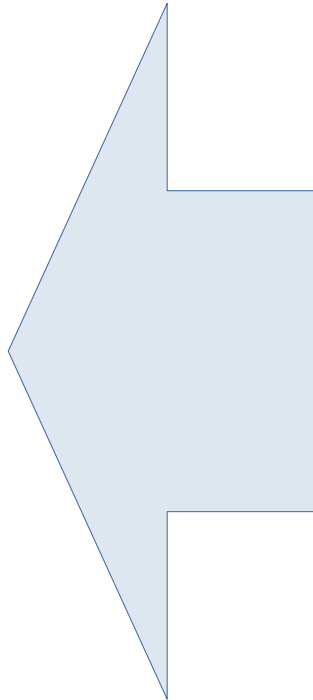
- Operationsumkehr

Wenn $T2$ eine Zahl ist,
dann Rückgängigmachen der
Rechenoperationen von $T1$,
so dass der Wert von x
rekonstruiert werden kann

Dagegen

- Äquivalenzumformung

Formulieren von Gleichungen
mit identischen Lösungsmengen,
so dass die letzte den Wert von x anzeigt.



Zwei Grundvorstellungen
des Gleichheitszeichens in
Gleichungen der Form $T1 = T2$

- Operationszeichen

Wenn $T2$ eine Zahl ist,
dann zeigt = die Zahl als Ergebnis
einer Rechenaufgabe $T1$ an,
in der nachträglich eine Zahl
durch das "x" ersetzt wurde.

Dagegen

- Relationszeichen

Das = zeigt die Wertegleichheit
der Terme $T1$ und $T2$ an.

Verstehensgrundlagen : Visualisierung

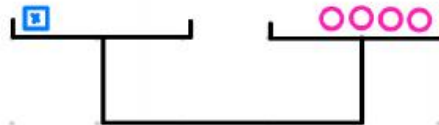
Lösung der Gleichung
 $2 \cdot x + 3 = x + 7$
durch Wegnehmen
von Gewichten
in einer Balkenwaage
visualisiert



$$2x + 3 = x + 7$$



$$2x = x + 4$$



$$x = 4$$

Fördern

Beispiel

Äquivalenzumformung

Stufe 1: Nachvollziehen

Stufe 2: Vorstellen

Stufe 3: Erklären

Fördern

Beispiel Äquivalenzumformung

Stufe 1: Nachvollziehen

Stufe 2: Vorstellen

Stufe 3: Erklären

Löse die Gleichung $3 \cdot x + 1 = x + 5$ mithilfe der Waage:

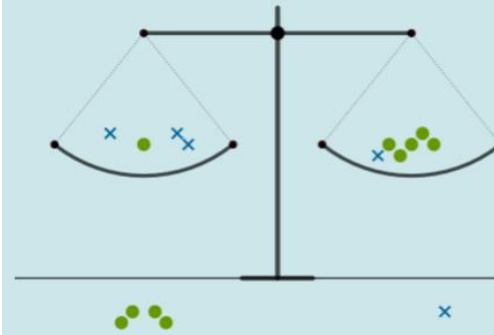
Finde hierzu heraus:

Wie schwer ist ein blaues x-Gewicht
gemessen an den grünen Gewichten?

Folge hierzu den Anweisungen.

Am Ende jedes Schritts muss die Waage wieder im Gleichgewicht sein.

Trage dann immer die neue passende Gleichung in das Kästchen ein.



Entferne so viele grüne Einheitsgewichte,
dass eine Schale nur noch blaue x-Gewichte
hat.

Entferne so viele blaue x-Gewichte, dass die
andere Schale nur noch grüne
Einheitsgewichte hat.

Falls noch nötig:

Entferne so viele x-Gewichte und
Einheitsgewichte, dass am Ende nur noch ein
x-Gewicht übrig bleibt.

Ⓜ

$x =$

Fördern

Beispiel

Äquivalenzumformung

Stufe 1: Nachvollziehen

Stufe 2: Vorstellen

Stufe 3: Erklären

Löse die Gleichungen,
indem du dir für jede Umformung eine Waage
mit den Gewichten im Kopf vorstellst und
anschließend die neue Gleichung
aufschreibst:

$$4 \cdot x = 3 \cdot x + 2$$

$$2 \cdot x = 8$$

$$2 \cdot x + 3 = x + 5$$

$$5 \cdot x + 2 = 3 \cdot x + 6$$

Fördern

Beispiel

Äquivalenzumformung

Stufe 1: Nachvollziehen

Stufe 2: Vorstellen

Stufe 3: Erklären

Erkläre mithilfe einer Waage,
wie man die Gleichung

$$3 \cdot x + 2 = x + 6$$

lösen kann.