

KOMPETENZEN | inhaltlich

- Regelmäßigkeiten erkennen, beschreiben und fortsetzen
- Beziehungen zwischen Zahlen in Tabellen darstellen
- Variablen als Platzhalter erkennen und verwenden

KOMPETENZEN | prozessbezogen

- Kommunizieren
- Argumentieren
- Symbolische, formale und technische Elemente verwenden

ZEITBEDARF

- 4–6 Unterrichtsstunden

ZUSÄTZLICHES MATERIAL

- Holzwürfel

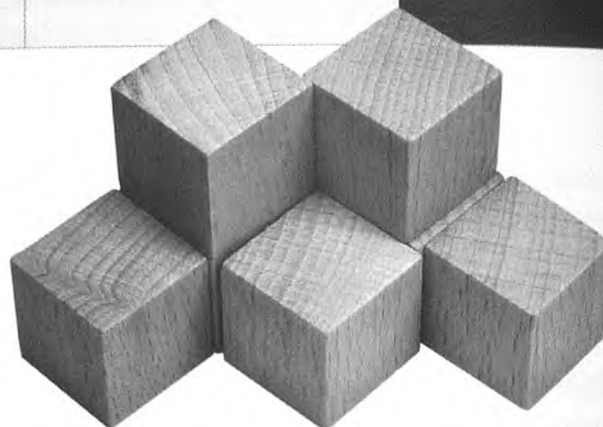
MATERIALPAKET

- Arbeitsblätter

x-beliebig

Muster erkennen und als Term beschreiben

Claudia Koll, Ulrike Lockemann



„Wir sind doch nicht mehr im Kindergarten!“, erwidern unsere Achtklässlerinnen und Achtklässler, als wir sie auffordern, Würfeltürme zu bauen. Doch schon bald entstehen immer höhere Bauwerke, es wird emsig gezählt, Vermutungen geäußert, Regelmäßigkeiten entdeckt, überprüft und allgemeine Formeln entwickelt.

Vom Zählen zum Term

Auf dem Arbeitsblatt sieht man mehrere Würfeltürme der Reihe nach aufgestellt ❶. Die Anzahl der Würfel nimmt immer um eins zu. Dieses Muster ist schnell erkannt. Wie sieht es jedoch mit der Anzahl der sichtbaren Flächen aus? Wenn man einen Würfel auf den Tisch legt, sind fünf Flächen sichtbar und eine ist verdeckt. Wie viele sind es, wenn der Turm höher wird?

Die Schülerinnen und Schüler haben die Aufgabe, jeweils die Anzahl der Flächen zu bestimmen und sie in der Tabelle einzutragen. Sie gehen dabei ganz unterschiedlich vor. Viele bauen die Türme nach und zählen die sichtbaren und verdeckten Flächen. Je höher der Turm wird, desto mühsamer wird das Abzählen jedoch. Die Lernenden sind gezwungen, andere Wege zu finden. Während die einen die Würfeltürme untersuchen, versuchen andere, Zusammenhänge in der Tabelle zu entdecken. Ist das Muster erkannt,

können sie damit die Anzahl der Flächen ermitteln. Der gefundene Lösungsweg soll anschließend schriftlich festgehalten werden. In der Regel umschreiben sie die Rechnung zunächst mit ihren eigenen Worten. Im nächsten Schritt soll schließlich ein passender Term gefunden werden: Wie kann man die Rechnung möglichst kurz erklären? Dabei können die Lernenden auf Plättchen mit Buchstaben, Zahlen und Rechenzeichen zurückgreifen (Ein Termbaukasten, Seite 18). Die Variable steht jedes Mal für die Anzahl an Stockwerken. In der anschließenden Partnerarbeit vergleichen die Lernenden ihre Ergebnisse und Lösungswege in Zweiergruppen. Je nach Lösungsweg sind unterschiedliche Terme entstanden: $1 + 4x$, $4x + 1$, $5 + 4(x - 1)$. Wenn sie die Terme an verschiedenen Würfeltürmen überprüfen, zeigt sich, dass sie alle die gleichen Lösungen bringen. Damit ist ein erster Anstoß zu Termumformungen gegeben. Die Ergebnisse der Partnerarbeit werden abschließend im Plenum vorgestellt. Dabei können die Jugendlichen immer wieder auf die Würfel zurückgreifen.

Würfelgebäude untersuchen

Zur Vertiefung werden andere „Würfelgebäude“ auf Gesetzmäßigkeiten untersucht. Welcher Term ergibt sich beispielsweise, wenn

man die Würfeltürme auf den Tisch legt? Bei diesen sogenannten Würfelschlängen sind weniger Flächen sichtbar. Doch wie berechnet man hier die Anzahl? ❷ Die Bearbeitungsschritte bleiben dieselben:

- ▶ Würfelgebäude bauen
- ▶ Flächen zählen
- ▶ Zahlen in eine Tabelle eintragen
- ▶ Gesetzmäßigkeiten entdecken
- ▶ Terme bilden, vergleichen und überprüfen

Anschließend können die Lernenden diese Vorgehensweise selbstständig auf weitere Würfelgebäude übertragen ❸. Hierbei geht es nicht mehr um sichtbare und verdeckte Flächen, sondern um die Anzahl der Einzelwürfel. Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler können zusätzlich auch die Flächenanzahlen bestimmen. Es bietet sich an, diese weiterführenden Aufgaben arbeitsteilig bearbeiten zu lassen. Nachdem die Lernenden zunächst allein Lösungsansätze entwickelt haben, vergleichen und überprüfen sie die Ergebnisse in Kleingruppen und fertigen ein Plakat an. Als Ergänzung zu den Arbeitsblättern können die Schülerinnen und Schüler auch eigene Bauwerke entwickeln und beschreiben oder zu vorgegebenen Termen Würfelgebäude herstellen. ◀

1 Name: _____ Datum: _____

Würfeltürme (1)

Ein Würfel liegt auf dem Tisch. Wenn du einmal um ihn herumgehst, sind 5 Quadrate sichtbar. 1 Quadrat ist verdeckt.



Man sieht immer 4 Seiten und der oberste kommt hoch dazu.

$$4x + 1$$

Beim obersten Würfel sieht man 5 Seiten und dann immer 4 dazu.

$$5 + 4(x-1)$$



1. Wie viele Quadrate sind sichtbar und wie viele sind verdeckt ...
- ▶ bei einem zweistöckigen Turm?
 - ▶ bei einem dreistöckigen Turm?
 - ▶ ...

Stockwerke	sichtbare Quadrate	verdeckte Quadrate
1	5	1
2	9	3
3	13	5
4	17	7
20	81	39
100	401	199

2 Name: _____ Datum: _____

Würfelschlangen (2)

Du kannst aus den Würfeln auch Würfelschlangen legen.



Bei jedem Würfel sieht man 3 Seiten und am Rand kommt immer noch einer dazu.

$$3x + 2$$



1. Welche Zahlen findest du für die sichtbaren und die verdeckten Quadrate?

Stockwerke	sichtbare Quadrate	verdeckte Quadrate
1	5	1
2	8	2
3	11	3
4	14	4
20	62	20
100	302	100

Von den Würfeln am Rand sieht man 4 Seiten.

In der Mitte kommen immer 3 dazu.

$$2 \cdot 4 + 3(x-2)$$



2. Erkläre, wie du auf deine Lösung gekommen bist.