Grundlagen der Mathematikdidaktik

Verstehen, Kompetenzorientierung und Allgemeinbildung

Überblick

- Rückblick
  - Mathematik verstehen zusammengefasst : WiGORA
- Ausblick
  - Kompetenzorientierung: Was ist das und woher kommt das?
- Und noch eine Grundsatzfrage
  - Wie trägt Mathematikunterricht zur Allgemeinbildung bei?

sinnstiftende
Handlungen
und Vorstellungen
aktivieren

wichtige
Bezeichnungen,
Eigenschaften
und Regeln
angeben bzw.
identifizieren



neben
typischen Grundaufgaben
auch Umkehr- und weitere
Aufgabenvariationen
bearbeiten

in typischen
inner- und außer-
mathematischen
Situationen
anwenden

zwischen typischen
numerischen, geometrischen
und algebraischen
Repräsentationen
wechseln

Welche Situation passt zur Rechnung $2:\frac{1}{4}$?

A 2 Liter Saft werden an $\frac{1}{4}$ Kinder verteilt. Wie viel Liter bekommt jedes Kind?

B $\frac{1}{4}$ Liter Saft wird an 2 Kinder verteilt. Wie viel Liter bekommt jedes Kind?

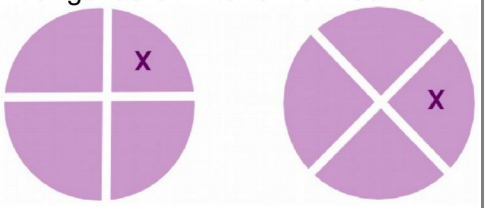
C 2 Liter Saft werden auf Gläser verteilt, von denen jedes ein $\frac{1}{4}$ Liter fasst? Wie viel Gläser braucht man?

D $\frac{1}{4}$ Liter Saft werden auf Gläser verteilt, von denen jedes ein 2 Liter fasst?

sinnstiftende Handlungen und Vorstellungen aktivieren

Grund-vorstellungen

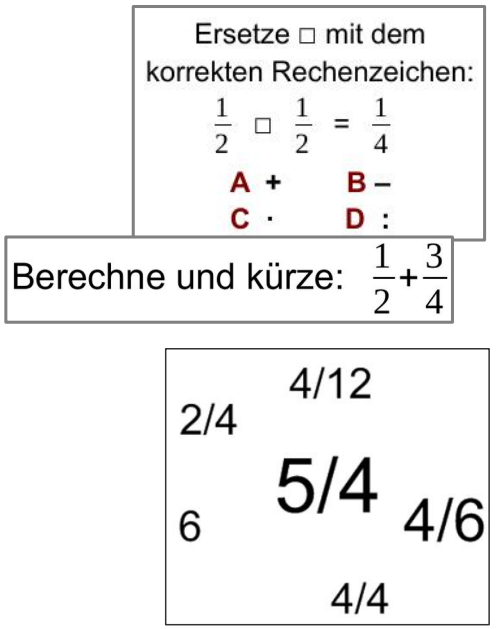
Bei welchem Kuchen ist das markierte Teil genau ein Viertel vom Ganzen?



A beim linken **B** beim rechten
C bei beiden **D** bei keinem

- Erklärungsmodelle mathematischer Begriffe und Verfahren (Oehl 1962, Griesel 1971, vom Hofe 1995, vom Hofe & Blum 2016)
- gleichzeitig sinnstiftend wie inhaltlich angemessen
- im „normativen“ Sinne Grundlage für Konzipierung der Aufgaben (vom Hofe 1995)
- Aufgaben fordern zur Deutung eines mathematischen Sachverhalts im Sinne einer Grundvorstellung auf

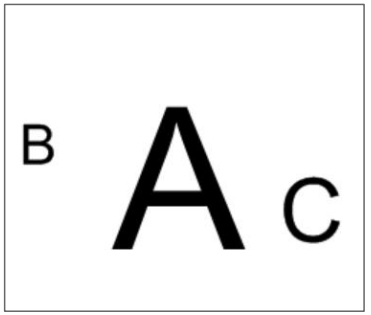
- Operative Flexibilität mit Blick auf mathematische Begriffe und Verfahren: Denkhandlungen modifizierbar und reorganisierbar („beweglich“: Aebli 1982, „flexibel“: Schipper 2005)
- Hier im engeren Sinne als je spezifisches Variieren von Bearbeitungsverfahren und Anwendung von Rechenstrategien, allgemeiner (Aebli 1982) auch Wechsel zwischen Deutungen einer gegebenen Situation
- Aufgaben fordern zum „Durcharbeiten“ von Verfahren im Sinne der klassischen Aufgabenvariation (vgl. Schupp 1999, Büchter und Leuders 2005)

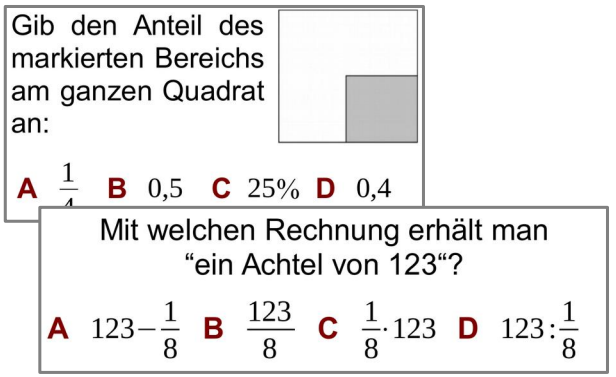


OperationaleFlexibilität

neben typischen Grundaufgaben auch Umkehr- und weitere Aufgabenvariationen bearbeiten

- Zugang zu mathematischen Begriffen und Verfahren nur über Repräsentationen möglich
- Verstehen heißt, verschiedene Repräsentationen wechselseitig erklären zu können (Duval 1999)
- Aufgaben fordern zu Zuordnungen gegebener Repräsentationen innerhalb oder zwischen Repräsentationsformen auf bzw. zur Konstruktion solcher.





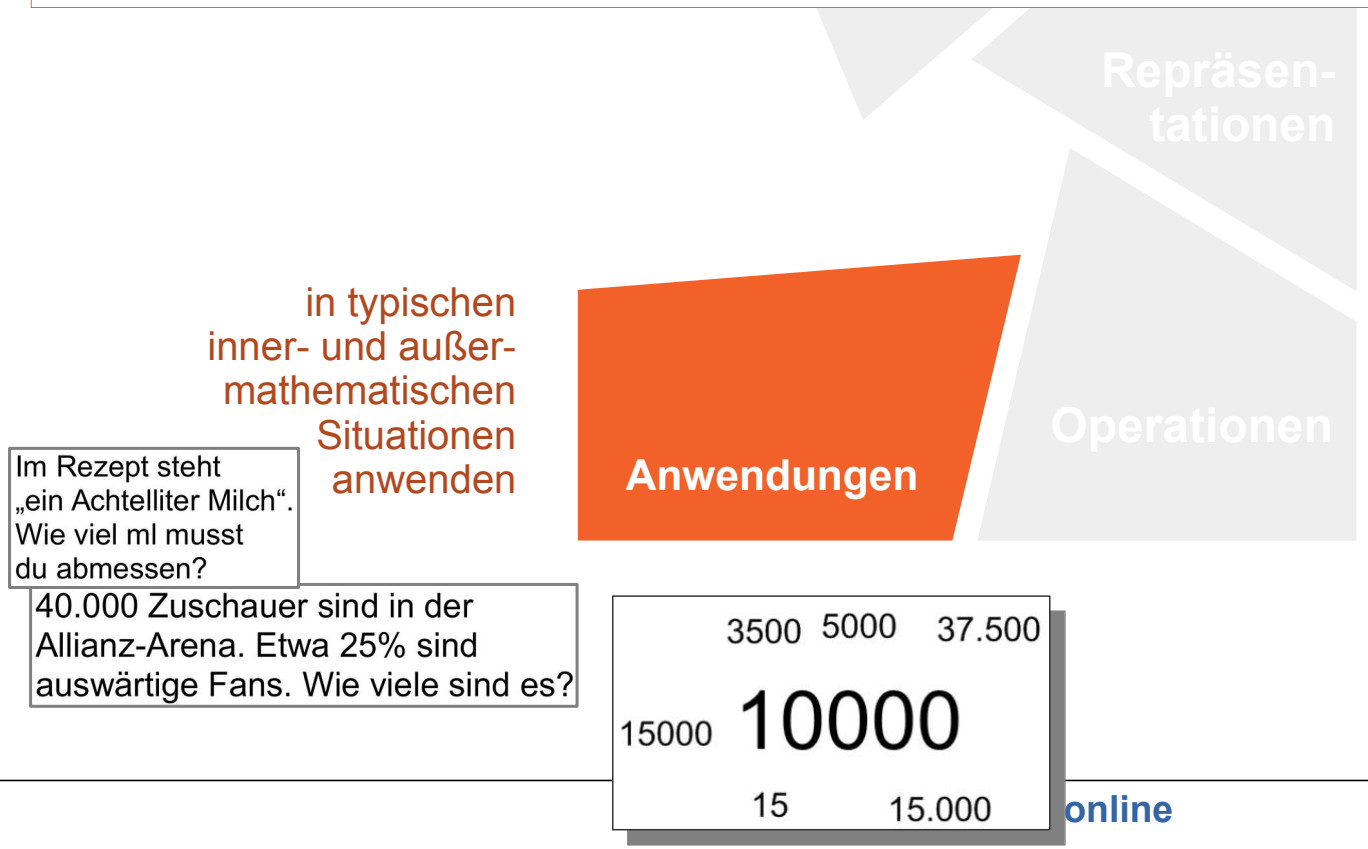
d-
ellungen

Repräsen-
tationen

**Repräsen-
tationale
Flexibilität**

zwischen typischen numerischen, geometrischen und algebraischen Repräsentationen wechseln

- mathematische Begriffe und Verfahren werden als flexibel verfügbare Werkzeuge zur Mathematisierung verschiedener Sachverhalte genutzt („Mathematisierungsmuster“: Tietze 2000, Bruder 2006)
- „typische Anwendungssituationen“: offensichtlich mit dem Begriff oder Verfahren assoziierte Kontexte, aber auch strukturanaloge Situationen (Bruder 2006)
- Aufgabenlösungen brauchen die Anwendung bestimmter Begriffe oder Verfahren, ohne dass diese explizit benannt werden.



Welche Regeln sind korrekt?

A $\frac{a}{b}+\frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ **B** $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d} = \frac{a\cdot c}{b\cdot d}$

C $a\cdot\frac{b}{c} = \frac{a\cdot b}{a\cdot c}$ **D** $a\cdot\frac{b}{c} = \frac{a\cdot b}{c}$

$\frac{3}{10}$

Welche Bezeichnungen passen?

A echter Bruch **B** gemischer Bruch

C Scheinbruch **D** Dezimalbruch

wichtige Bezeichnungen, Merkmale und Regeln angeben bzw. identifizieren



- Faktenwissen, „Wissen, dass...“ (deklaratives Wissen: Anderson 1971), prototypisches Wissen (Weigand 2004) über markante Beispiele des Inhaltsbereichs
- Aufgaben fordern zur Wiedergabe oder Identifikation korrekter Definitionen, Schreibweisen, Bezeichnungen oder Regeln auf.
- (keine Tipps, Tricks, Eselsbrücken, ...)

sinnstiftende
Handlungen
und Vorstellungen
aktivieren

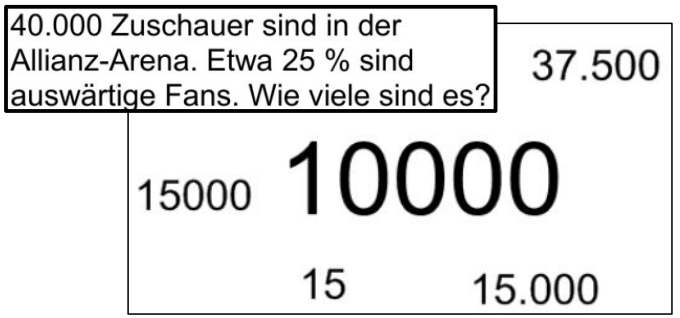
wichtige
Bezeichnungen,
Merkmale und Regeln
angeben bzw.
identifizieren

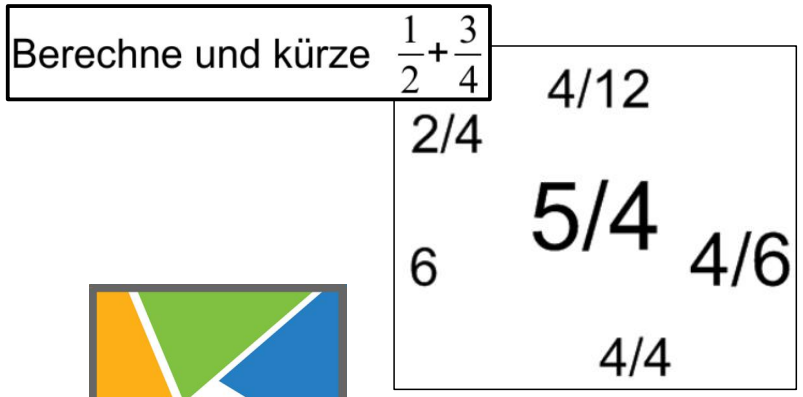


neben
typischen Grundaufgaben
auch Umkehr- und weitere
Aufgabenvariationen
bearbeiten

in typischen
inner- und außer-
mathematischen
Situationen
anwenden

zwischen typischen
numerischen, geometrischen
und algebraischen
Repräsentationen
wechseln







und Fehler

„ein ‚Fehler' ist ein von einer Norm abweichender Sachverhalt oder Prozess, der es überhaupt erst ermöglicht, den diesem Sachverhalt oder Prozess entgegengesetzten richtigen normbezogenen Sachverhalt in seinen Abgrenzungen zu erkennen" (Oser und Hascher, 1996, S. 4).

- nichtsystematische Fehler:
  z.B. Flüchtigkeitsfehler, die der Lernende schnell selbst korrigieren kann

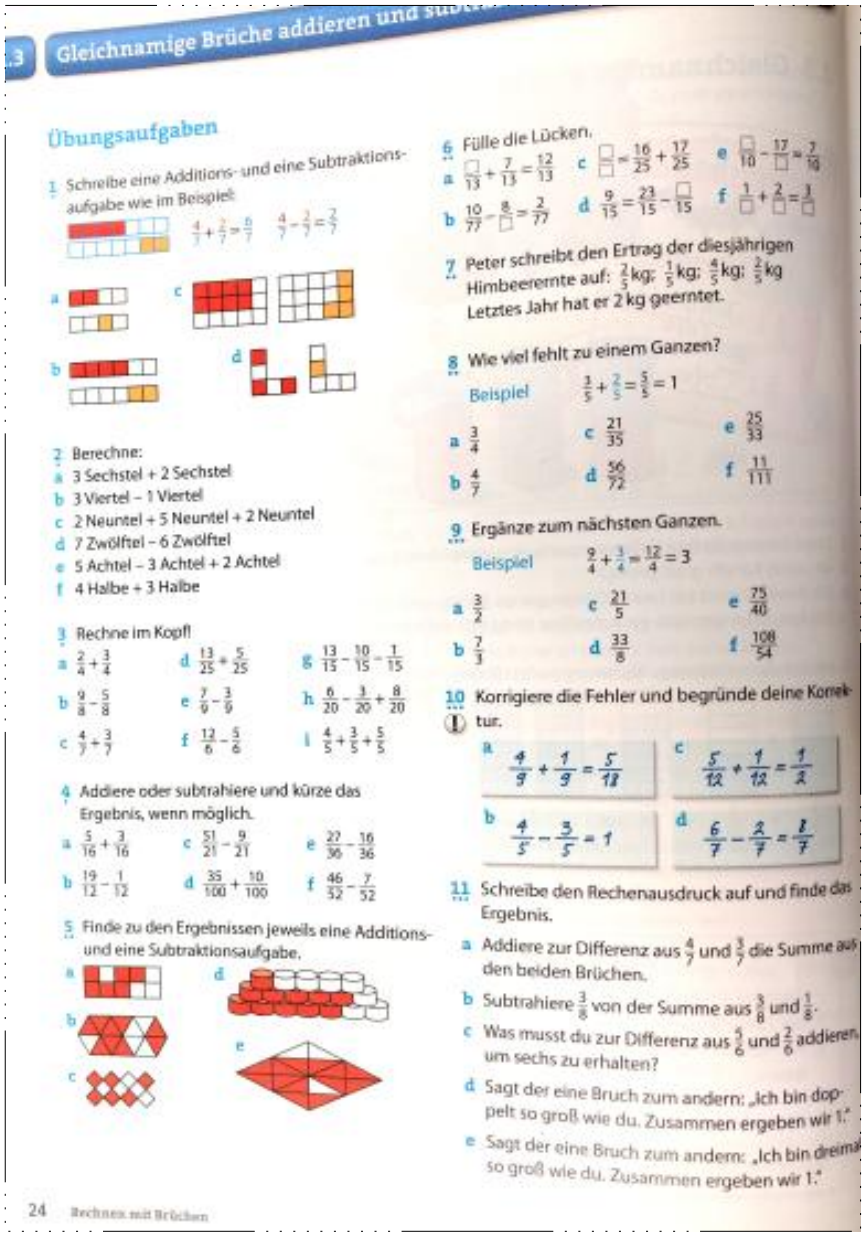
- systematische Fehler:
  auf falschen Regeln beruhende Fehler, die sich wiederholen

- Fehlkonzepte:
  fehlerhafte Vorstellungen, die deshalb nur schwer zu korrigieren sind

(Luneta & Makonye, 2010)



- Ein Orientierungsrahmen für die Konkretisierung von Anforderungen an das Beherrschen und Verstehen zentraler Begriffe und Verfahren
- Die Frage „Was muss man beherrschen?“ wird durch „Wie muss man es beherrschen?“ ergänzt.
- Fachdidaktische Perspektive auf das „Verstehen von Inhalten“ in Form geeigneter, etablierter, kommunizierbarer und operationalisierbar Modelle



Gleichnamige Brüche addieren und

Übungsaufgaben

1 Schreibe eine Additions- und eine Subtraktionsaufgabe wie im Beispiel.

$\frac{4}{7}+\frac{2}{7}=\frac{6}{7}$ $\frac{4}{7}-\frac{2}{7}=\frac{2}{7}$

a

b

c

d

2 Berechne:
a 3 Sechstel + 2 Sechstel
b 3 Viertel – 1 Viertel
c 2 Neuntel + 5 Neuntel + 2 Neuntel
d 7 Zwölftel – 6 Zwölftel
e 5 Achtel – 3 Achtel + 2 Achtel
f 4 Halbe + 3 Halbe

3 Rechne im Kopf!

a $\frac{2}{4}+\frac{3}{4}$ b $\frac{9}{8}-\frac{5}{8}$ c $\frac{4}{7}+\frac{3}{7}$ d $\frac{13}{25}+\frac{5}{25}$ e $\frac{7}{9}-\frac{3}{9}$ f $\frac{12}{6}-\frac{5}{6}$ g $\frac{13}{15}-\frac{10}{15}-\frac{1}{15}$ h $\frac{6}{20}-\frac{3}{20}+\frac{8}{20}$ i $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{5}{5}$

4 Addiere oder subtrahiere und kürze das Ergebnis, wenn möglich.

a $\frac{5}{16}+\frac{3}{16}$ b $\frac{19}{12}-\frac{1}{12}$ c $\frac{51}{21}-\frac{9}{21}$ d $\frac{35}{100}+\frac{10}{100}$ e $\frac{27}{36}-\frac{16}{36}$ f $\frac{46}{52}-\frac{7}{52}$

5 Finde zu den Ergebnissen jeweils eine Additions- und eine Subtraktionsaufgabe.

a

b

c

d

e

6 Fülle die Lücken.

a $\frac{\square}{13}+\frac{7}{13}=\frac{12}{13}$ b $\frac{10}{77}-\frac{8}{\square}=\frac{2}{77}$ c $\frac{\square}{\square}=\frac{16}{25}+\frac{17}{25}$ d $\frac{9}{15}=\frac{23}{15}-\frac{\square}{15}$ e $\frac{\square}{10}-\frac{17}{\square}=\frac{2}{10}$ f $\frac{1}{\square}+\frac{2}{\square}=\frac{3}{\square}$

7 Peter schreibt den Ertrag der diesjährigen Himbeerernte auf: $\frac{2}{5}$ kg; $\frac{1}{5}$ kg; $\frac{4}{5}$ kg; $\frac{2}{5}$ kg
Letztes Jahr hat er 2 kg geerntet.

8 Wie viel fehlt zu einem Ganzen?

Beispiel $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}=\frac{5}{5}=1$

a $\frac{3}{4}$ b $\frac{4}{7}$ c $\frac{21}{35}$ d $\frac{56}{72}$ e $\frac{25}{33}$ f $\frac{11}{111}$

9 Ergänze zum nächsten Ganzen.

Beispiel $\frac{9}{4}+\frac{3}{4}=\frac{12}{4}=3$

a $\frac{3}{2}$ b $\frac{7}{3}$ c $\frac{21}{5}$ d $\frac{33}{8}$ e $\frac{75}{40}$ f $\frac{108}{54}$

10 Korrigiere die Fehler und begründe deine Korrektur.

a $\frac{4}{9}+\frac{1}{9}=\frac{5}{18}$ b $\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=1$ c $\frac{5}{12}+\frac{1}{12}=\frac{1}{2}$ d $\frac{6}{7}-\frac{2}{7}=\frac{8}{7}$

11 Schreibe den Rechenausdruck auf und finde das Ergebnis.

a Addiere zur Differenz aus $\frac{4}{7}$ und $\frac{3}{7}$ die Summe aus den beiden Brüchen.
b Subtrahiere $\frac{3}{8}$ von der Summe aus $\frac{3}{8}$ und $\frac{1}{8}$.
c Was musst du zur Differenz aus $\frac{5}{6}$ und $\frac{2}{6}$ addieren, um sechs zu erhalten?
d Sagt der eine Bruch zum andern: „Ich bin doppelt so groß wie du. Zusammen ergeben wir 1."
e Sagt der eine Bruch zum andern: „Ich bin dreimal so groß wie du. Zusammen ergeben wir 1."

Überlegen Sie:

Welche Facetten des Beherrschens und Verstehens werden in den Aufgaben dieser Schulbuchseite angesprochen?

→ Kahoot

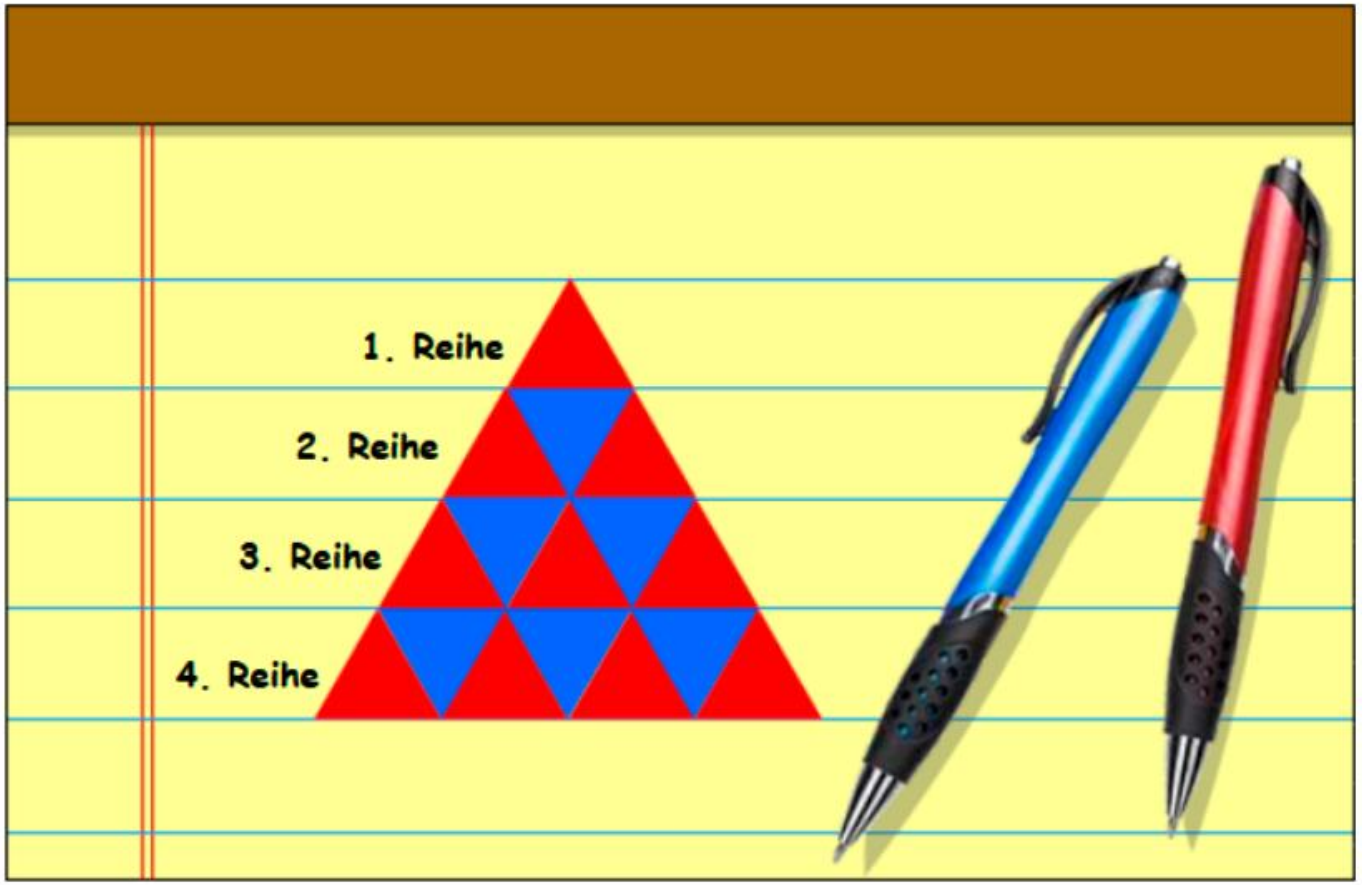
Überblick

- Rückblick
  - Mathematik verstehen zusammengefasst : WiGORA
- Ausblick
  - Kompetenzorientierung: Was ist das und woher kommt das?
- Und noch eine Grundsatzfrage
  - Wie trägt Mathematikunterricht zur Allgemeinbildung bei?

DREIECKSMUSTER

Ahmed hat das folgende Muster aus roten und blauen Dreiecken gezeichnet.

Die ersten vier Reihen des Musters sind unten dargestellt.



Dreiecksmuster

Frage 1 / 3

Beziehe dich auf „Dreiecksmuster“ auf der rechten Seite. Klicke eine Antwort an, um die Frage zu beantworten.

Wie groß ist der prozentuale Anteil an blauen Dreiecken in den ersten vier Reihen von Ahmeds Muster?

- ○ 37,5 %
- ○ 50,0 %
- ○ 60,0 %
- ○ 62,5 %

Dreiecksmuster

Frage 1 / 3

Beziehe dich auf „Dreiecksmuster“ auf der rechten Seite. Klicke eine Antwort an, um die Frage zu beantworten.

Wie groß ist der prozentuale Anteil an blauen Dreiecken in den ersten vier Reihen von Ahmeds Muster?

- ○ 37,5 %
- ○ 50,0 %
- ○ 60,0 %
- ○ 62,5 %

Dreiecksmuster

Frage 2 / 3

Beziehe dich auf „Dreiecksmuster“ auf der rechten Seite. Klicke eine Antwort an, um die Frage zu beantworten.

Wenn Ahmed das Muster um eine fünfte Reihe erweitern würde, was wäre dann der prozentuale Anteil an blauen Dreiecken in allen fünf Reihen des Musters?

- ○ 40,0 %
- ○ 50,0 %
- ○ 60,0 %
- ○ 66,7 %

Dreiecksmuster
Frage 1 / 3

Beziehe dich auf „Dreiecksm
Klicke eine Antwort an, um

Wie groß ist der prozentuale
den ersten vier Reihen von

- 37,5 %
- 50,0 %
- 60,0 %
- 62,5 %

Dreiecksmuster
Frage 3 / 3

Beziehe dich auf „Dreiecksmuster“ auf der rechten Seite. Klicke eine Antwort an und gib dann eine Erklärung ein, um die Frage zu beantworten.

Ahmed will sein Muster um zusätzliche Reihen erweitern.

Er behauptet, dass der prozentuale Anteil an blauen Dreiecken im Muster immer kleiner als 50 % sein wird.

Hat Ahmed recht?

- Ja
- Nein

Erkläre deine Antwort.

uf der rechten Seite.
e zu beantworten.

infte Reihe erweitern
ale Anteil an blauen
Musters?

Dreiecksmuster
Frage 1 / 3

Beziehe dich auf „Dreiecksmuster“ auf der rechten Seite. Klicke eine Antwort an, um die Frage zu beantworten.

Wie groß ist der prozentuale Anteil an blauen Dreiecken in den ersten vier Reihen von Ahmeds Muster?

- ○ 37,5 %
- ○ 50,0 %
- ○ 60,0 %
- ○ 62,5 %

Dreiecksmuster
Frage 2 / 3

Beziehe dich auf „Dreiecksmuster“ auf der rechten Seite. Klicke eine Antwort an, um die Frage zu beantworten.

Wenn Ahmed das Muster um eine fünfte Reihe erweitern würde, was wäre dann der prozentuale Anteil an blauen Dreiecken in allen fünf Reihen des Musters?

- ○ 40,0 %
- ○ 50,0 %
- ○ 60,0 %
- ○ 66,7 %

Dreiecksmuster
Frage 3 / 3

Beziehe dich auf „Dreiecksmuster“ auf der rechten Seite. Klicke eine Antwort an und gib dann eine Erklärung ein, um die Frage zu beantworten.

Ahmed will sein Muster um zusätzliche Reihen erweitern.

Er behauptet, dass der prozentuale Anteil an blauen Dreiecken im Muster immer kleiner als 50 % sein wird.

Hat Ahmed recht?

- ○ Ja
- ○ Nein

Erkläre deine Antwort.

Kreativität in abstrakten Probleme

Modellieren von komplexen Situationen

explizite Modelle in konkreten komplexen Situationen

Lösungsstrategien aus vertrauten Konzepten entwickeln

einfache Strategien entwickeln

Antworten auf einfache Zusammenhänge

Antworten auf leicht verständliche Zusammenhänge

Antworten auf leicht verständliche Zusammenhänge, wobei alle Informationen gegeben

VI

669

V

620

607

IV

545

III

482

II

448

420

411

Ia

358

Ib

295

Ic

233

Dreiecksmuster
Frage 3 / 3

Beziehe dich auf „Dreiecksmuster" auf der rechten Seite. Klicke eine Antwort an und gib dann eine Erklärung ein, um die Frage zu beantworten.

Ahmed will sein Muster um zusätzliche Reihen erweitern.

Er behauptet, dass der prozentuale Anteil an blauen Dreiecken im Muster immer kleiner als 50 % sein wird.

Hat Ahmed recht?

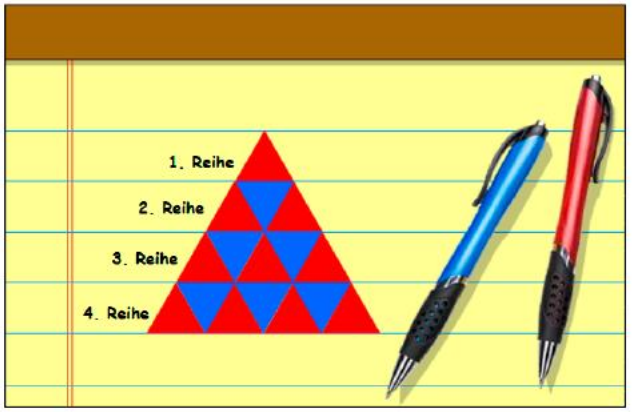
- ○ Ja
- ○ Nein

Erkläre deine Antwort.

DREIECKSMUSTER

Ahmed hat das folgende Muster aus roten und blauen Dreiecken gezeichnet.

Die ersten vier Reihen des Musters sind unten dargestellt.



Dreiecksmuster
Frage 2 / 3

Beziehe dich auf „Dreiecksmuster" auf der rechten Seite. Klicke eine Antwort an, um die Frage zu beantworten.

Wenn Ahmed das Muster um eine fünfte Reihe erweitern würde, was wäre dann der prozentuale Anteil an blauen Dreiecken in allen fünf Reihen des Musters?

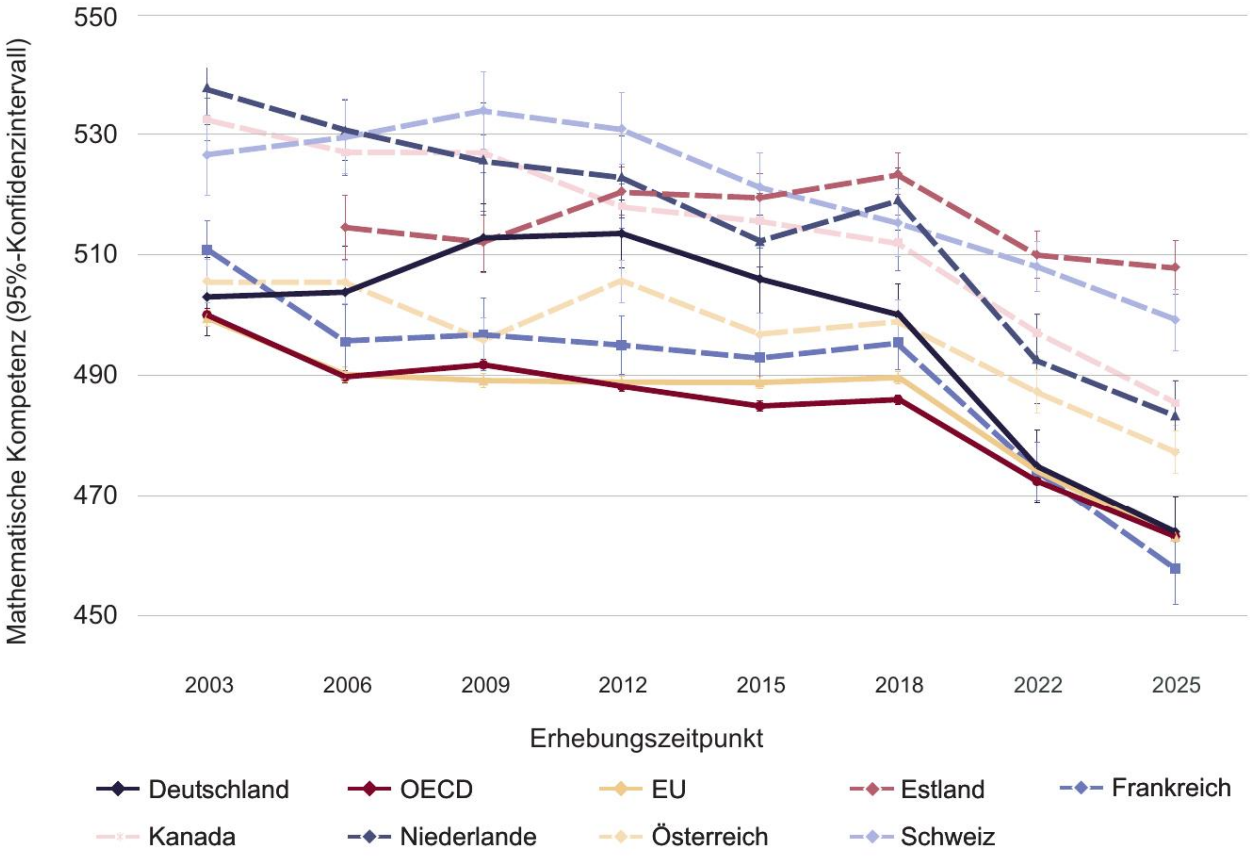
- ○ 40,0 %
- ○ 50,0 %
- ○ 60,0 %
- ○ 66,7 %

Dreiecksmuster
Frage 1 / 3

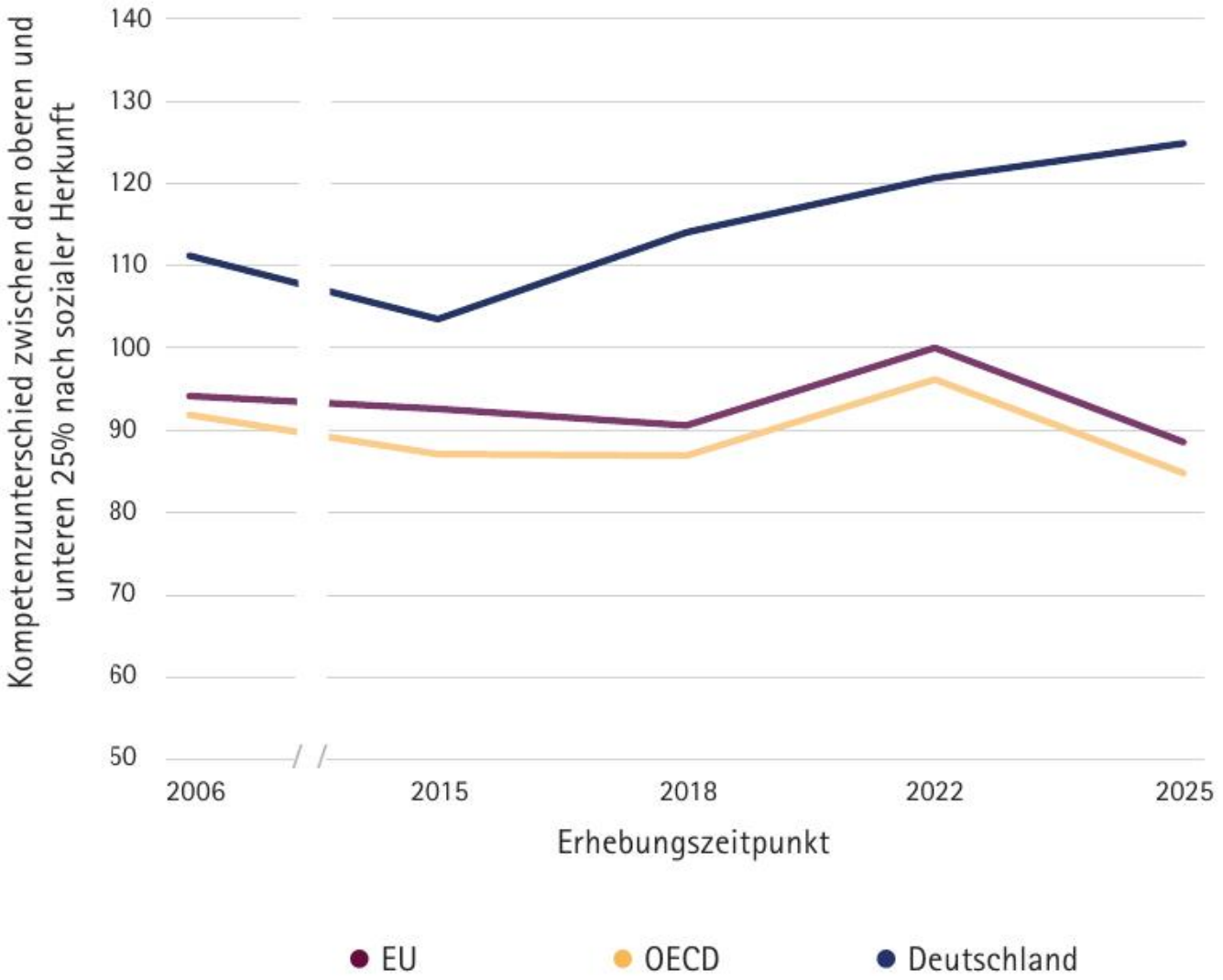
Beziehe dich auf „Dreiecksmuster" auf der rechten Seite. Klicke eine Antwort an, um die Frage zu beantworten.

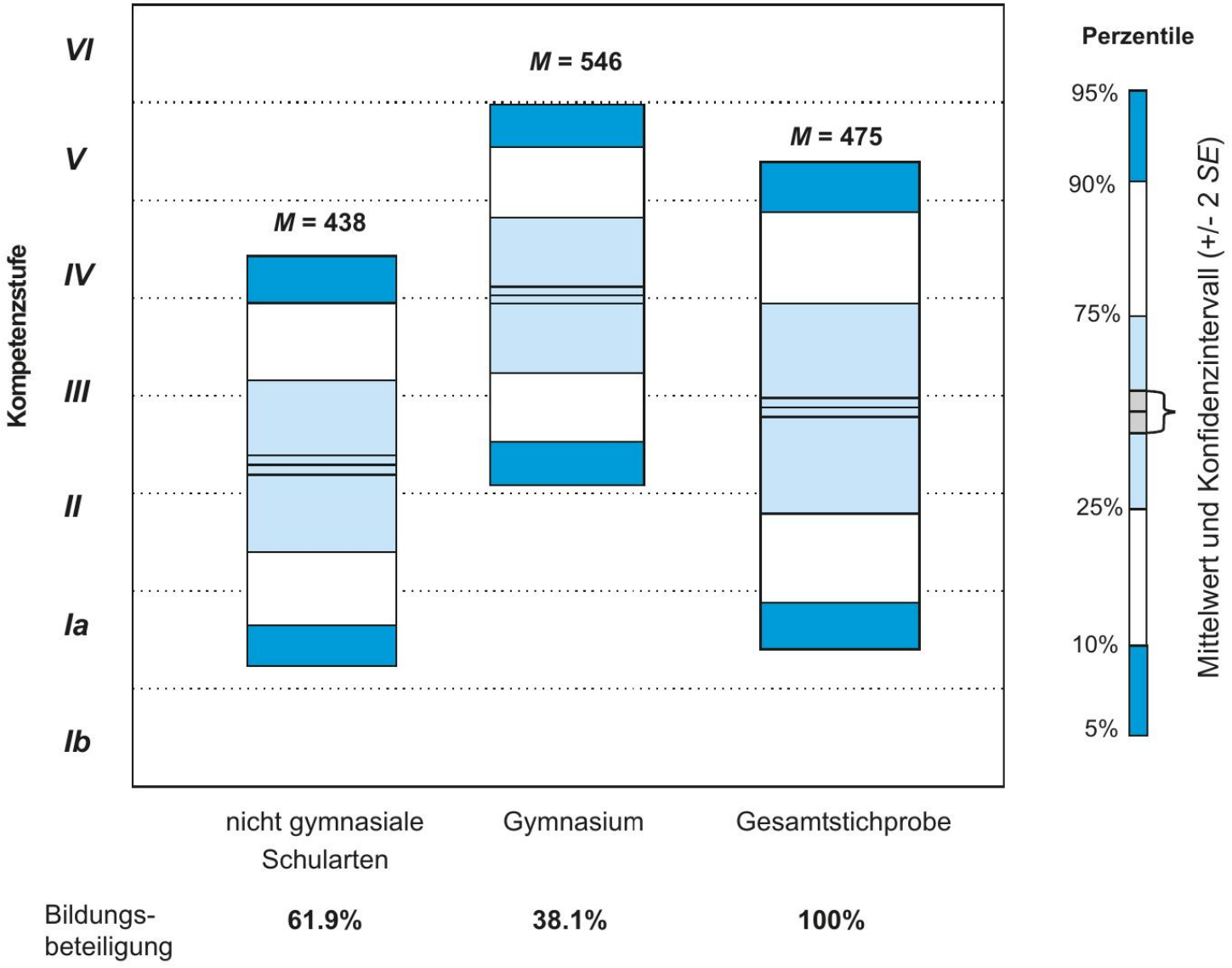
Wie groß ist der prozentuale Anteil an blauen Dreiecken in den ersten vier Reihen von Ahmeds Muster?

- ○ 37,5 %
- ○ 50,0 %
- ○ 60,0 %
- ○ 62,5 %


Mathematische Kompetenz (95%-Konfidenzintervall)
550
530
510
490
470
450
2003
2006
2009
2012
2015
2018
2022
2025
Erhebungszeitpunkt
Deutschland
OECD
EU
Estland
Frankreich
Kanada
Niederlande
Österreich
Schweiz

Kompetenzunterschiede nach sozialer Herkunft nehmen in Deutschland wieder zu




Kompetenzstufe
VI
V
IV
III
II
Ia
Ib
M = 546
M = 475
M = 438
Perzentile
95%
90%
75%
25%
10%
5%
Mittelwert und Konfidenzintervall (+/- 2 SE)
nicht gymnasiale Schularten
Gymnasium
Gesamtstichprobe
Bildungs-beteiligung
61.9%
38.1%
100%

- PISA 2000 („Programme for International Assessment“)



TIMSS 1995
(„Third International Mathematics and Science Study“)



- PISA 2000
(„Programme for International Assessment“)

Die durchschnittliche Leistung deutscher Schülerinnen und Schüler

- ist – im Durchschnitt – durch die Anwendung von routinierten Rechenverfahren geprägt.
- ist im internationalem Vergleich unterdurchschnittlich

Aber was soll denn Mathematikkönnen anderes heißen als Rechenverfahren sicher und routiniert zu beherrschen?

TIMSS 1995 („Third International Mathematics and Science Study“)

- PISA 2000 („Programme for International Assessment“)

die Fähigkeit, mathematische Probleme zu identifizieren, zu verstehen und sich mit ihnen zu befassen und fundierte Urteile über die Rolle abzugeben, die die Mathematik im gegenwärtigen und künftigen Privatleben der Betreffenden, im Berufsleben, im sozialen Kontakt mit Peers und Verwandten und im Leben dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger spielt.

- neben routiniertem Beherrschen von Rechenverfahren insb.

  Argumentieren, Modellieren, Problemlösen, Lösungsstrategien auswählen oder selbst entwickeln, Interpretieren, Beschreiben, …
- also Kompetenzen, die den Umgang mit mathematischen Inhalten betreffen
- kurz: Prozesskompetenzen

Was sind „Kompetenzen“?

Franz Weinert (2001):

- „die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten,
  um bestimmte Probleme zu lösen,
- sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten,
  um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich
  und verantwortungsvoll
  nutzen zu können.“

die Fähigkeit, mathematische Probleme zu identifizieren, zu verstehen und sich mit ihnen zu befassen und fundierte Urteile über die Rolle abzugeben, die die Mathematik im gegenwärtigen und künftigen Privatleben der Betreffenden, im Berufsleben, im sozialen Kontakt mit Peers und Verwandten und im Leben dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger spielt.

- neben routiniertem Beherrschen von Rechenverfahren insb.
  Argumentieren, Modellieren, Problemlösen, Lösungsstrategien auswählen oder selbst entwickeln, Interpretieren, Beschreiben, …
- also Kompetenzen, die den Umgang mit mathematischen Inhalten betreffen
- kurz: Prozesskompetenzen

TIMSS 1995 („Third International Mathematics and Science Study“)

- PISA 2000 („Programme for International Assessment“)

- KMK 2003 Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss



Aus Inhalt und Aufbau der Bildungsstandards können Anhaltspunkte für die Gestaltung des Mathematikunterrichts abgeleitet werden, die an den Lernprozessen und Lernergebnissen der Schülerinnen und Schüler orientiert sind und nicht allein von der Fachsystematik der mathematischen Lerninhalte abhängt. Dies ermöglicht, individuelle Lernwege und Lernergebnisse zu analysieren und für das weitere Lernen zu nutzen, damit mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht in vielfältigen kontextbezogenen Situationen angewendet werden kann. Schülerinnen und Schüler sollen auf diese Weise Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erleben, in dem auch Hilfsmittel, insbesondere elektronische Medien entsprechend sinnvoll eingesetzt werden. Für einen solchen Mathematikunterricht ist die Beschreibung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen im Kapitel 2 in den Vordergrund gerückt worden. Auch die im Kapitel 3 vorgenommene Strukturierung der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen nach mathematischen Leitideen unterstützt dies, indem bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten sachgebietsübergreifendes, vernetzendes Denken und Verständnis grundlegender mathematischer Begriffe erreicht werden sollen. Die Aufgabenbeispiele im Kapitel 4 verdeutlichen

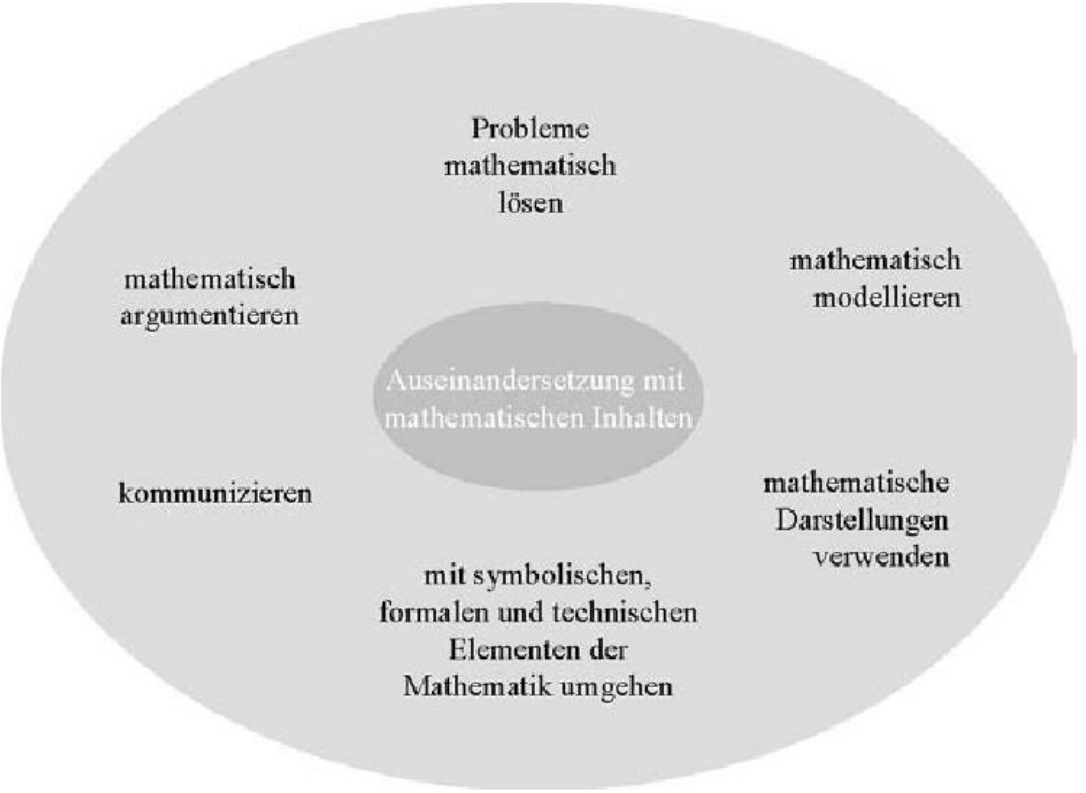
Kompetenzen

TIMSS 1995 („Third International Mathematics and Science Study“)

- PISA 2000 („Programme for International Assessment“)

- KMK 2003 Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss

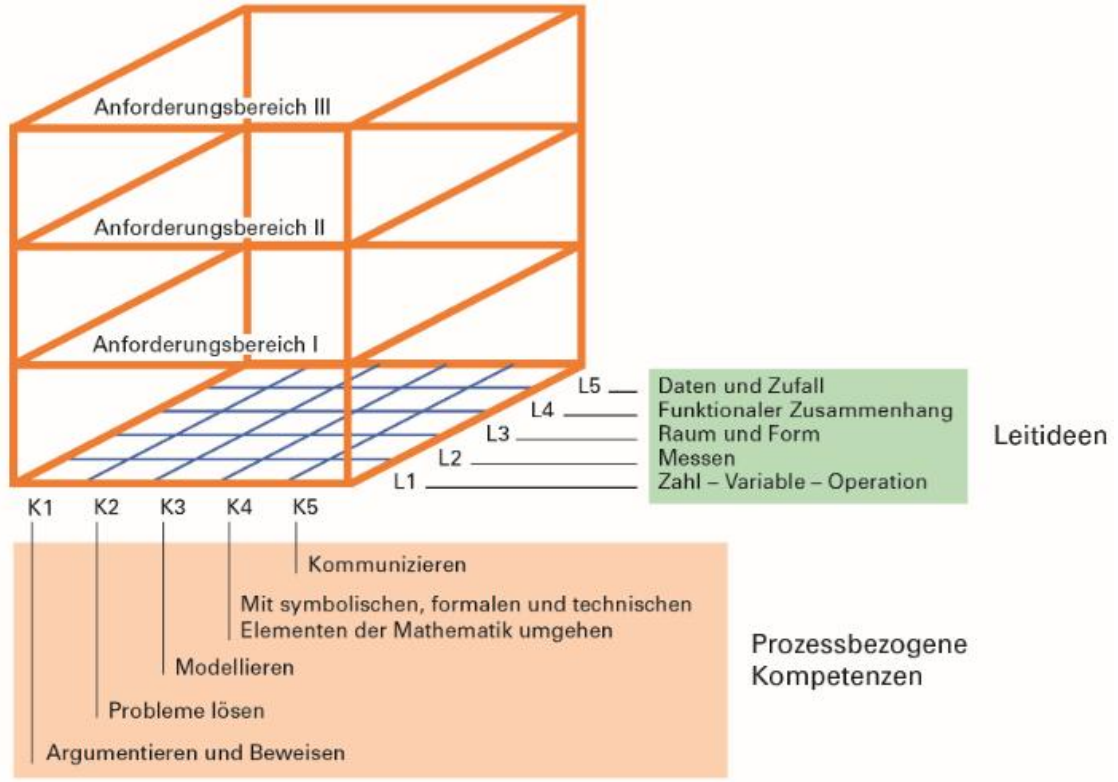


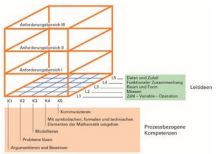


Kompetenzen

TIMSS 1995 („Third International Mathematics and Science Study“)

- PISA 2000 („Programme for International Assessment“)
- KMK 2003 Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss
- Bildungspläne WHR BW 2016





Kompetenzen

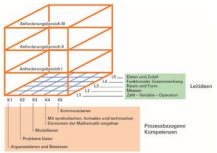
TIMSS 1995
(„Third International Mathematics and Science Study“)

- PISA 2000
(„Programme for International Assessment“)

- KMK 2003
Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss



- Bildungspläne
WHR BW 2016



durch den „PISA-Schock“ veranlasst

von der Kultusministerkonferenz bei Orientierung an die Definitionen mathematischer Kompetenzen aus TIMSS und PISA

neue Anforderungen an den Mathematikunterricht formuliert

die in den landesspezifischen Lehrplänen aufgenommen werden

Ein Blick in die Bildungspläne

5 und 6

3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang

Die Schülerinnen und Schüler erkennen Zusammenhänge zwischen Zahlen bezie
schreiben diese und stellen sie dar. Sie wählen geeignete Darstellungsformen für Zuordnungen aus und wechseln zwischen verschiedenen Darstellungen. Sie interpretieren grafisch gegebene Zusammenhänge und können in einfachen Fällen Zusammenhänge auch quantitativ beschreiben. Sie erklären in einfachen Fällen, wie sich die Veränderung einer Größe auf die davon abhängige Größe auswirkt.

Die Schülerinnen und Schüler können

G	M	E
Zusammenhänge beschreiben		
(1) einfache Zusammenhänge zwischen Größen bei Alltagssituationen erkennen und beschreiben	(1) einfache Zusammenhänge zwischen Größen bei Alltagssituationen erkennen und beschreiben	(1) einfache Zusammenhänge zwischen Zahlen oder Größen erkennen und beschreiben
(2) einfache Muster (zum Beispiel Zahlenfolgen) erkennen, verbal beschreiben und diese fortsetzen	(2) einfache Muster (zum Beispiel Zahlenfolgen) erkennen, verbal beschreiben und diese fortsetzen	(2) Muster (zum Beispiel Zahlenfolgen) erkennen, verbal beschreiben und diese fortsetzen
(3) *Punkte* in ein *Koordinatensystem* eintragen und die *Koordinaten* von *Punkten* ablesen	(3) *Punkte* in ein *Koordinatensystem* eintragen und die *Koordinaten* von *Punkten* ablesen	(3) *Punkte* in ein *Koordinatensystem* eintragen und die *Koordinaten* von *Punkten* ablesen
3.1.3 Leitidee Raum und Form 12	3.1.3 Leitidee Raum und Form 12	3.1.3 Leitidee Raum und Form 12
(4) einfache funktionale Zusammenhänge in verbaler, tabellarischer und grafischer Form (auch im *Koordinatensystem*) darstellen und zwischen	(4) einfache funktionale Zusammenhänge in verbaler, tabellarischer und grafischer Form (auch im *Koordinatensystem*) darstellen und zwischen	(4) einfache funktionale Zusammenhänge in verbaler, tabellarischer und grafischer Form (auch im *Koordinatensystem*) darstellen und zwischen

Ein Blick in die Bildungspläne

5 und 6

7, 8, 9

3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang

Die
schr
wec
könn
sich

Die

3.2.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang

Die Schülerinnen und Schüler erfassen funktionale Zusammenhänge sprachlich und
Tabellen, Graphen und Zuordnungsvorschriften und führen die verschiedenen Darstellungsformen situationsgerecht ineinander über. Sie beantworten inner- und außermathematische Fragestellungen mithilfe linearer und quadratischer Funktionen quantitativ.

Die Schülerinnen und Schüler können

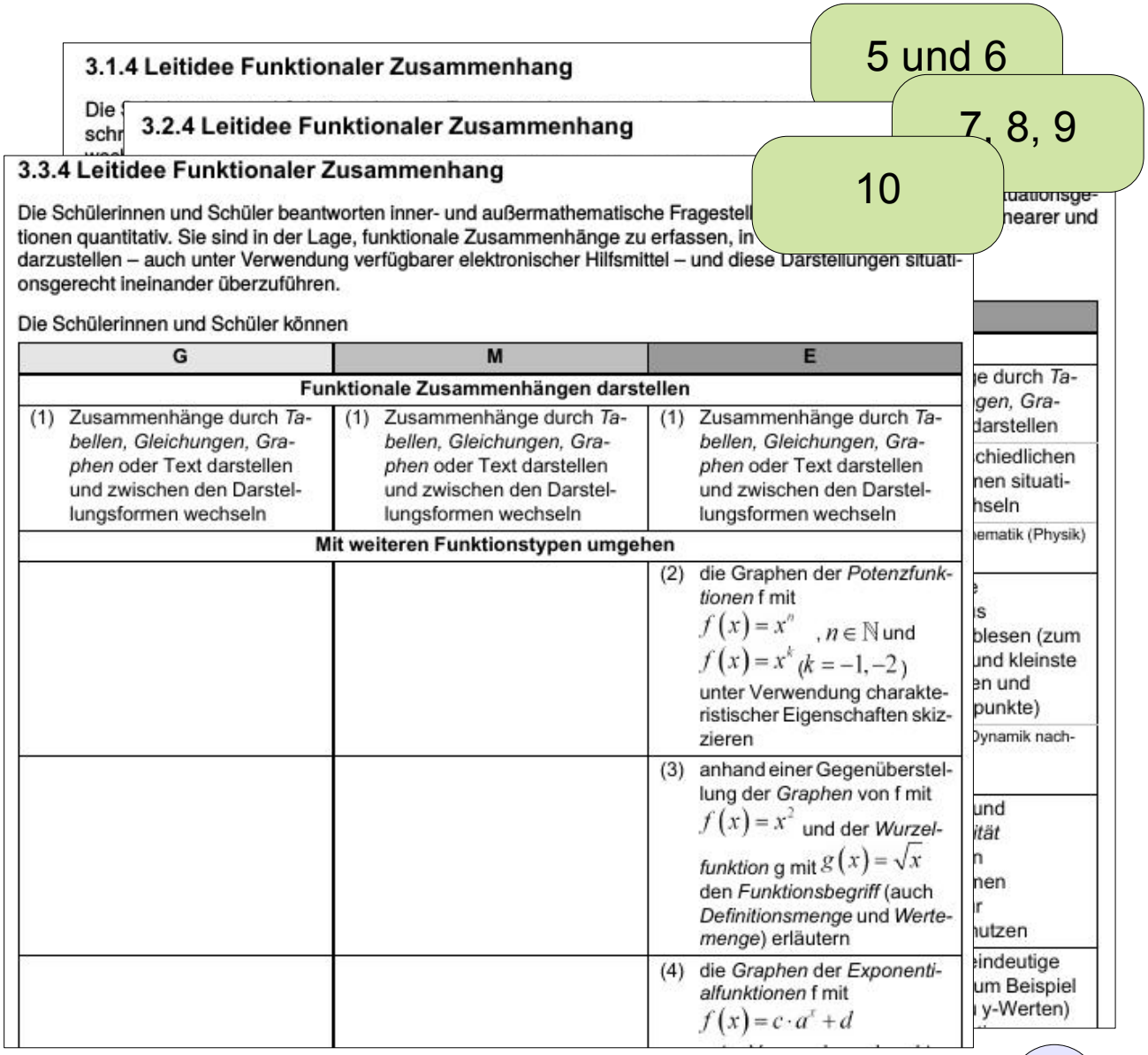
G	M	E
Funktionale Zusammenhänge darstellen und nutzen		
(1) Zusammenhänge durch *Tabellen, Gleichungen, Graphen* oder Text darstellen	(1) Zusammenhänge durch *Tabellen, Gleichungen, Graphen* oder Text darstellen	(1) Zusammenhänge durch *Tabellen, Gleichungen, Graphen* oder Text darstellen
(2) zu linearen Gleichungen *Tabellen* und *Graphen* bestimmen	(2) zwischen unterschiedlichen Darstellungsformen situationsgerecht wechseln	(2) zwischen unterschiedlichen Darstellungsformen situationsgerecht wechseln
F PH 3.2.6 Mechanik: Kinematik (Physik)	F PH 3.2.6 Mechanik: Kinematik (Physik)	F PH 3.2.6 Mechanik: Kinematik (Physik)
(3) alltagsbezogene Sachverhalte aus Darstellungen ablesen (zum Beispiel größte und kleinste Werte, Zunehmen und Abnehmen, Zeitpunkte)	(3) alltagsbezogene Sachverhalte aus Darstellungen ablesen (zum Beispiel größte und kleinste Werte, Zunehmen und Abnehmen, Zeitpunkte)	(3) alltagsbezogene Sachverhalte aus Darstellungen ablesen (zum Beispiel größte und kleinste Werte, Zunehmen und Abnehmen, Zeitpunkte)
L BNE Komplexität und Dynamik nachhaltiger Entwicklung	L BNE Komplexität und Dynamik nachhaltiger Entwicklung	L BNE Komplexität und Dynamik nachhaltiger Entwicklung
(4) *Proportionalität* und *Antiproportionalität* in verschiedenen Darstellungsformen erkennen und für Berechnungen nutzen	(4) *Proportionalität* und *Antiproportionalität* in verschiedenen Darstellungsformen erkennen und für Berechnungen nutzen	(4) *Proportionalität* und *Antiproportionalität* in verschiedenen Darstellungsformen erkennen und für Berechnungen nutzen
		(5) *Funktionen* als eindeutige Zuordnungen (zum Beispiel von x-Werten zu y-Werten)

Ein Blick in die Bildungspläne

Inhaltsbereich Funktionaler Zusammenhang als „Leitidee“

- ein roter Faden durch alle Jahrgangsstufen

Hiermit verbundene Kompetenzen: erfassen, berechnen, darstellen, interpretieren, bewerten, ...



5 und 6

7, 8, 9

10

3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang

3.2.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang

3.3.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang

Die Schülerinnen und Schüler beantworten inner- und außermathematische Fragestell… tionen quantitativ. Sie sind in der Lage, funktionale Zusammenhänge zu erfassen, in… darzustellen – auch unter Verwendung verfügbarer elektronischer Hilfsmittel – und diese Darstellungen situationsgerecht ineinander überzuführen.

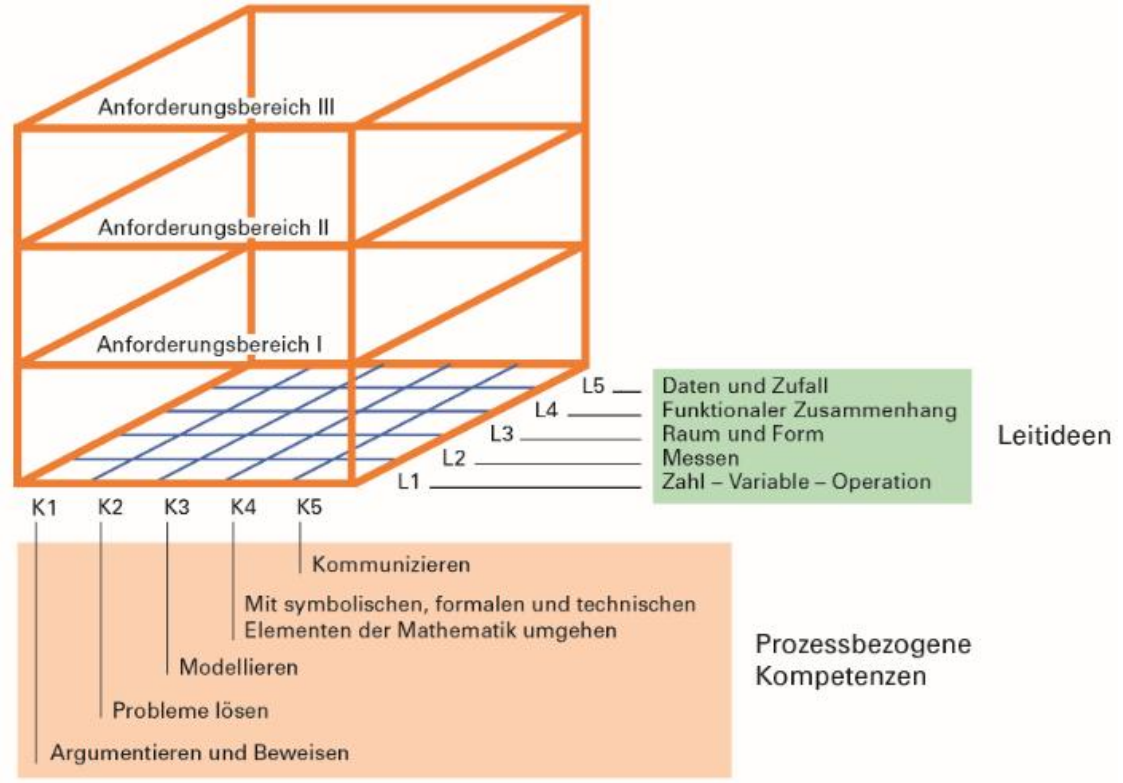
Die Schülerinnen und Schüler können

G	M	E
Funktionale Zusammenhängen darstellen		
(1) Zusammenhänge durch *Tabellen, Gleichungen, Graphen* oder Text darstellen und zwischen den Darstellungsformen wechseln	(1) Zusammenhänge durch *Tabellen, Gleichungen, Graphen* oder Text darstellen und zwischen den Darstellungsformen wechseln	(1) Zusammenhänge durch *Tabellen, Gleichungen, Graphen* oder Text darstellen und zwischen den Darstellungsformen wechseln
Mit weiteren Funktionstypen umgehen		
		(2) die Graphen der *Potenzfunktionen* f mit $f(x)=x^n$, $n\in\mathbb{N}$ und $f(x)=x^k$ $(k=-1,-2)$ unter Verwendung charakteristischer Eigenschaften skizzieren
		(3) anhand einer Gegenüberstellung der *Graphen* von f mit $f(x)=x^2$ und der *Wurzelfunktion* g mit $g(x)=\sqrt{x}$ den *Funktionsbegriff* (auch *Definitionsmenge* und *Wertemenge*) erläutern
		(4) die *Graphen* der *Exponentialfunktionen* f mit $f(x)=c\cdot a^x+d$

Ein Blick in die Bildungspläne

Inhaltsbereich
Funktionaler Zusammenhang
als „Leitidee“

- ein roter Faden durch alle Jahrgangsstufen
- weitere Leitideen: Zahl, Messen, …



Hiermit verbundene
Kompetenzen:
erfassen, berechnen,
darstellen, interpretieren,
bewerten, …

- Kompetenzen im Überblick: Darstellen, Kommunizieren, Problemlösen, Modellieren, ...

Ein Blick in die Bildungspläne

7/8/9

Inhaltsbereich
Funktionaler Zusammenhang
als „Leitidee“

- ein roter Faden durch alle Jahrgangsstufen
- weitere Leitideen: Zahl, Messen, …
- inhaltliche Gemeinsamkeiten zwischen den Leitideen

Hiermit verbundene Kompetenzen:
erfassen, berechnen, darstellen, interpretieren, bewerten, …

- Kompetenzen im Überblick: Darstellen, Kommunizieren, Problemlö Modellieren, ...

3.2.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation

Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten mithilfe der Prozentrechnung innermathematische bezogene Fragestellungen und nutzen dabei auch proportionale Zusammenhänge.
Sie erweitern ihre Rechenfertigkeit im Umgang mit natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen, insbesondere durch den Umgang mit komplexeren Zahltermen. Sie beschreiben Situationen mithilfe von Termen, die jetzt auch Variablen enthalten, und lernen mit solchen Termen umzugehen.
Zum Lösen von Gleichungen verwenden sie insbesondere Äquivalenzumformungen und grafische Verfahren und gehen beim Lösen von linearen, quadratischen und Verhältnisgleichungen systematisch vor. Grafische Veranschaulichungen unterstützen den Lösungsprozess.
Sie können die Werte von Quadratwurzeln bestimmen und am Beispiel der Quadratwurzel die Notwendigkeit erkennen, einen weiteren Zahlenbereich einzuführen.

Die Schülerinnen und Schüler können

G	M	E
Zahlterme berechnen		
(1) mit *natürlichen*, *gebrochenen* und *negativen* Zahlen rechnen, die im täglichen Leben vorkommen	(1) mit *rationalen* Zahlen rechnen	(1) [Teilkompetenz schon in Klassen 5/6]
(2) einfache *Zahlterme* mit rationalen Zahlen – auch solche, die Klammern enthalten – vereinfachen und deren Wert berechnen	(2) *Zahlterme* mit rationalen Zahlen – auch solche, die Klammern enthalten – vereinfachen und deren Wert berechnen	(2) *Zahlterme* mit rationalen Zahlen – auch solche, die Klammern enthalten – vereinfachen und deren Wert berechnen
(3) *natürliche* Zahlen in *Zehnerpotenzschreibweise* angeben	(3) *natürliche* Zahlen in *Zehnerpotenzschreibweise* angeben	(3) [Teilkompetenz schon in Klassen 5/6]
Mit Prozenten und Zinsen umgehen		
(4) *Prozentwert*, *Grundwert* und *Prozentsatz* berechnen	(4) *Prozentwert*, *Grundwert* und *Prozentsatz* berechnen	(4) *Prozentwert*, *Grundwert* und *Prozentsatz* berechnen
(5) *Zins* und iterativ *Zinseszins* berechnen	(5) *Zins* und iterativ *Zinseszins* berechnen	(5) *Zins* und iterativ *Zinseszins* berechnen
(6) *Zinssatz*, Tilgung/Sparrate und Laufzeit näherungsweise mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms bestimmen	(6) *Zinssatz*, Tilgung/Sparrate und Laufzeit näherungsweise mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms bestimmen	(6) *Zinssatz*, Tilgung/Sparrate und Laufzeit näherungsweise mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms bestimmen
3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang 5	3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang 5	3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang 5

Ein Blick in die Bildungspläne

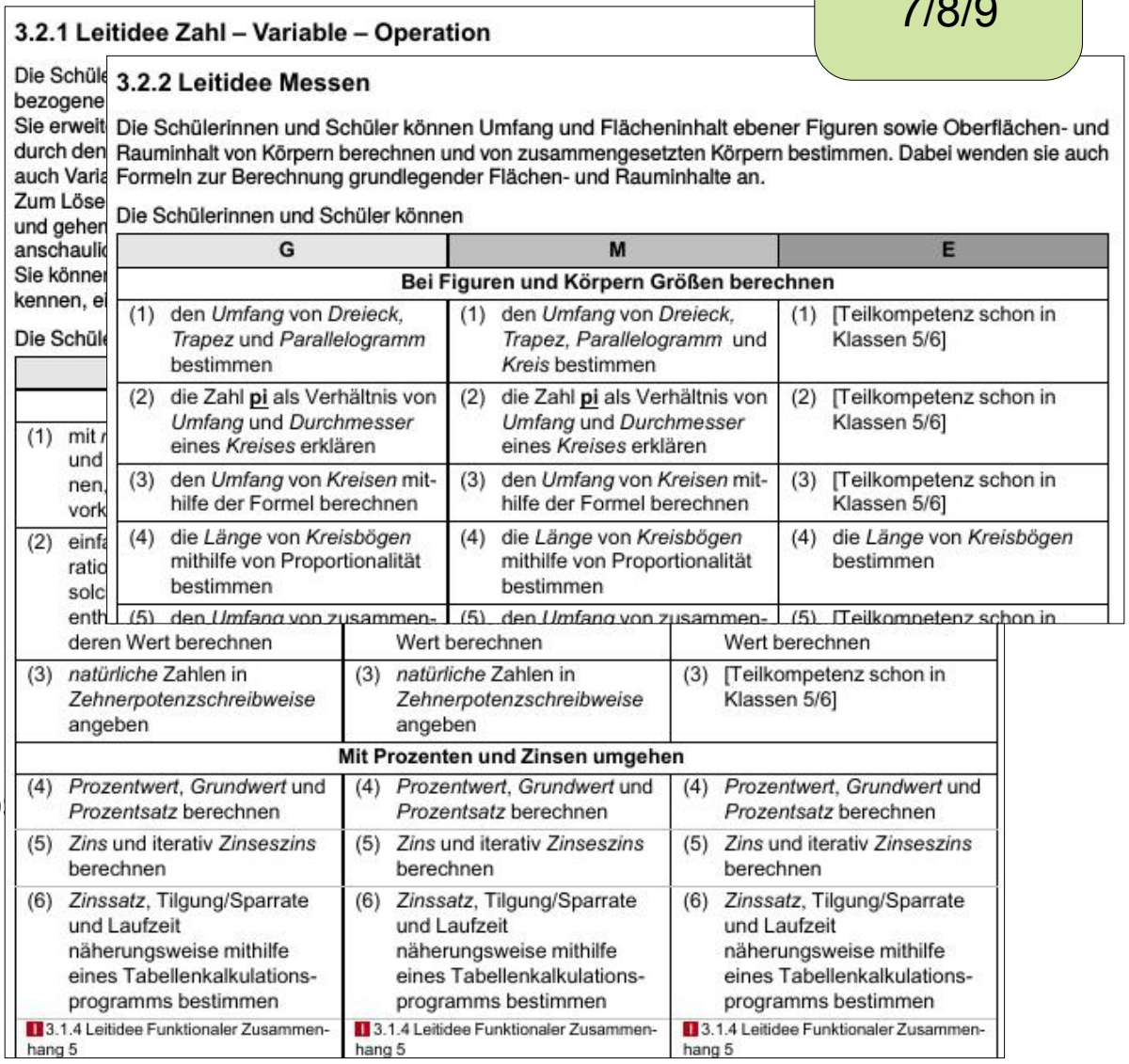
Inhaltsbereich
Funktionaler Zusammenhang
als „Leitidee“

- ein roter Faden durch alle Jahrgangsstufen
- weitere Leitideen: Zahl, Messen, …
- inhaltliche Gemeinsamkeiten zwischen den Leitideen

Hiermit verbundene Kompetenzen: erfassen, berechnen, darstellen, interpretieren, bewerten, …

- Kompetenzen im Überblick: Darstellen, Kommunizieren, Problemlö Modellieren, ...

7/8/9



3.2.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation

Die Schüle
bezogene
Sie erweit
durch den
auch Varia
Zum Löse
und gehen
anschaulic
Sie könne
kennen, ei

Die Schüle

(1) mit *r* und nen, vork		
(2) einfa ratio solc enth deren Wert berechnen		
(3) *natürliche* Zahlen in *Zehnerpotenzschreibweise* angeben	(3) *natürliche* Zahlen in *Zehnerpotenzschreibweise* angeben	(3) [Teilkompetenz schon in Klassen 5/6]
Mit Prozenten und Zinsen umgehen		
(4) *Prozentwert*, *Grundwert* und *Prozentsatz* berechnen	(4) *Prozentwert*, *Grundwert* und *Prozentsatz* berechnen	(4) *Prozentwert*, *Grundwert* und *Prozentsatz* berechnen
(5) *Zins* und iterativ *Zinseszins* berechnen	(5) *Zins* und iterativ *Zinseszins* berechnen	(5) *Zins* und iterativ *Zinseszins* berechnen
(6) *Zinssatz*, Tilgung/Sparrate und Laufzeit näherungsweise mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms bestimmen	(6) *Zinssatz*, Tilgung/Sparrate und Laufzeit näherungsweise mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms bestimmen	(6) *Zinssatz*, Tilgung/Sparrate und Laufzeit näherungsweise mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms bestimmen
3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang 5	3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang 5	3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang 5

3.2.2 Leitidee Messen

Die Schülerinnen und Schüler können Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren sowie Oberflächen- und Rauminhalt von Körpern berechnen und von zusammengesetzten Körpern bestimmen. Dabei wenden sie auch Formeln zur Berechnung grundlegender Flächen- und Rauminhalte an.

Die Schülerinnen und Schüler können

G	M	E
Bei Figuren und Körpern Größen berechnen		
(1) den *Umfang* von *Dreieck*, *Trapez* und *Parallelogramm* bestimmen	(1) den *Umfang* von *Dreieck*, *Trapez*, *Parallelogramm* und *Kreis* bestimmen	(1) [Teilkompetenz schon in Klassen 5/6]
(2) die Zahl **pi** als Verhältnis von *Umfang* und *Durchmesser* eines *Kreises* erklären	(2) die Zahl **pi** als Verhältnis von *Umfang* und *Durchmesser* eines *Kreises* erklären	(2) [Teilkompetenz schon in Klassen 5/6]
(3) den *Umfang* von *Kreisen* mithilfe der Formel berechnen	(3) den *Umfang* von *Kreisen* mithilfe der Formel berechnen	(3) [Teilkompetenz schon in Klassen 5/6]
(4) die *Länge* von *Kreisbögen* mithilfe von Proportionalität bestimmen	(4) die *Länge* von *Kreisbögen* mithilfe von Proportionalität bestimmen	(4) die *Länge* von *Kreisbögen* bestimmen
(5) den *Umfang* von zusammen-	(5) den *Umfang* von zusammen-	(5) [Teilkompetenz schon in

Ein Blick in die Bildungspläne

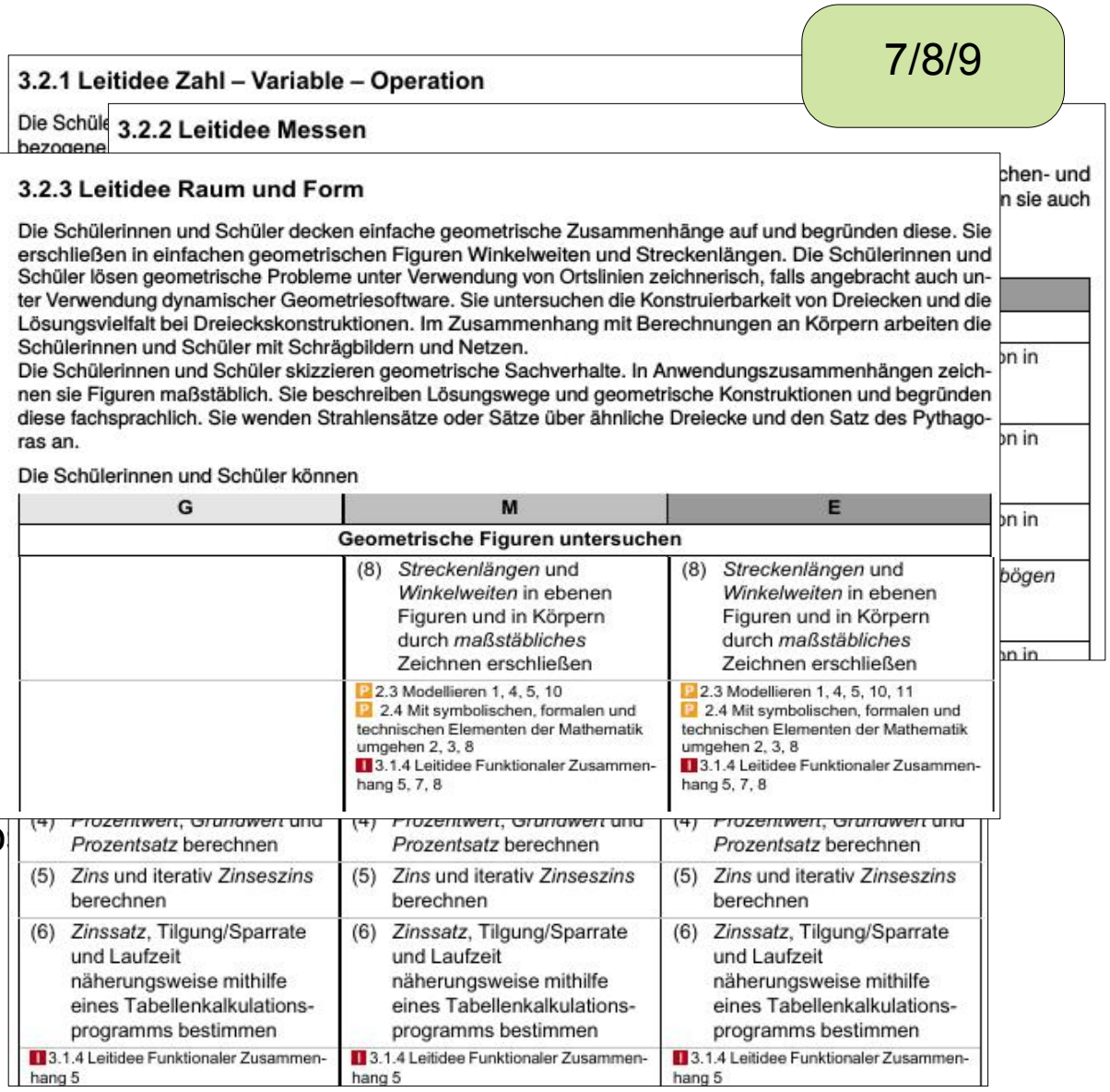
Inhaltsbereich
Funktionaler Zusammenhang
als „Leitidee“

- ein roter Faden durch alle Jahrgangsstufen
- weitere Leitideen: Zahl, Messen, …
- inhaltliche Gemeinsamkeiten zwischen den Leitideen

Hiermit verbundene Kompetenzen: erfassen, berechnen, darstellen, interpretieren, bewerten, …

- Kompetenzen im Überblick: Darstellen, Kommunizieren, Problemlö Modellieren, ...

7/8/9



3.2.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation

Die Schüle bezogene

3.2.2 Leitidee Messen

3.2.3 Leitidee Raum und Form

Die Schülerinnen und Schüler decken einfache geometrische Zusammenhänge auf und begründen diese. Sie erschließen in einfachen geometrischen Figuren Winkelweiten und Streckenlängen. Die Schülerinnen und Schüler lösen geometrische Probleme unter Verwendung von Ortslinien zeichnerisch, falls angebracht auch unter Verwendung dynamischer Geometriesoftware. Sie untersuchen die Konstruierbarkeit von Dreiecken und die Lösungsvielfalt bei Dreieckskonstruktionen. Im Zusammenhang mit Berechnungen an Körpern arbeiten die Schülerinnen und Schüler mit Schrägbildern und Netzen.
Die Schülerinnen und Schüler skizzieren geometrische Sachverhalte. In Anwendungszusammenhängen zeichnen sie Figuren maßstäblich. Sie beschreiben Lösungswege und geometrische Konstruktionen und begründen diese fachsprachlich. Sie wenden Strahlensätze oder Sätze über ähnliche Dreiecke und den Satz des Pythagoras an.

Die Schülerinnen und Schüler können

G	M	E
Geometrische Figuren untersuchen		
	(8) *Streckenlängen* und *Winkelweiten* in ebenen Figuren und in Körpern durch *maßstäbliches* Zeichnen erschließen	(8) *Streckenlängen* und *Winkelweiten* in ebenen Figuren und in Körpern durch *maßstäbliches* Zeichnen erschließen
	P 2.3 Modellieren 1, 4, 5, 10 P 2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen 2, 3, 8 I 3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang 5, 7, 8	P 2.3 Modellieren 1, 4, 5, 10, 11 P 2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen 2, 3, 8 I 3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang 5, 7, 8
(4) *Prozentwert, Grundwert* und *Prozentsatz* berechnen	(4) *Prozentwert, Grundwert* und *Prozentsatz* berechnen	(4) *Prozentwert, Grundwert* und *Prozentsatz* berechnen
(5) *Zins* und iterativ *Zinseszins* berechnen	(5) *Zins* und iterativ *Zinseszins* berechnen	(5) *Zins* und iterativ *Zinseszins* berechnen
(6) *Zinssatz*, Tilgung/Sparrate und Laufzeit näherungsweise mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms bestimmen	(6) *Zinssatz*, Tilgung/Sparrate und Laufzeit näherungsweise mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms bestimmen	(6) *Zinssatz*, Tilgung/Sparrate und Laufzeit näherungsweise mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms bestimmen
I 3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang 5	I 3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang 5	I 3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang 5

Ein Blick in die Bildungspläne

„rote Fäden“
durch die Inhalte der Jahrgangsstufen
mit Querverbinden
untereinander

Inhaltsbereich
Funktionaler Zusammenhang
als „Leitidee“

- ein roter Faden durch alle Jahrgangsstufen
- weitere Leitideen: Zahl, Messen, …
- inhaltliche Gemeinsamkeiten zwischen den Leitideen

inhaltsbezogene Kompetenzen
oder: „Leitideen“

Hiermit verbundene Kompetenzen:
erfassen, berechnen, darstellen,
interpretieren, bewerten, …

- Kompetenzen im Überblick: Darstellen, Kommunizieren, Problemlösen, Modellieren, ...
- jede einzelne Kompetenz für alle Leitideen relevant

prozessbezogene Kompetenzen
oder einfach nur: „Kompetenzen“

Mathematische Tätigkeiten oder „Prozesse“, die die aktive Auseinander-setzung mit den Inhalten bestimmen.

Ein Blick in die Bildungspläne

Was sind „Kompetenzen“?

Franz Weinert (2001):

- „die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten,
  um bestimmte Probleme zu lösen,
- sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten,
  um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können.“

„rote Fäden“
durch die Inhalte der Jahrgangsstufen
mit Querverbinden
untereinander

inhaltsbezogene Kompetenzen
oder: „Leitideen“

prozessbezogene Kompetenzen
oder einfach nur: „Kompetenzen“

Mathematische Tätigkeiten oder „Prozesse“, die die aktive Auseinander-setzung mit den Inhalten bestimmen.

In den kommenden Sitzungen:
Verschiedene
Prozesskompetenzen
und Inhaltskompetenzen
in Kombination konkretisiert

inhaltsbezogene Kompetenzen
oder: „Leitideen“

prozessbezogene Kompetenzen
oder einfach nur: „Kompetenzen“

Überblick

- Rückblick
  - Mathematik verstehen zusammengefasst : WiGORA
- Ausblick
  - Kompetenzorientierung: Was ist das und woher kommt das?
- Und noch eine Grundsatzfrage
  - Wie trägt Mathematikunterricht zur Allgemeinbildung bei?

Zuviel Mathe-Unterricht ist Quatsch...

... das sagt ausgerechnet ein Mathematik-Professor. Hans Werner Heymann (Uni Bielefeld) forschte und fand heraus: Was Erwachsene an Mathematik brauchen, lernen sie in den ersten 7 Schuljahren. Alles, was darüber hinaus vermittelt wird, spielt im späteren Leben keine Rolle mehr. Logarithmus, Sinus und Cosinus - seit Jahren Stoff unzähliger Familiendramen - sind, so der Professor, fürs spätere Leben völlig unnütz.

(Bild-Zeitung, Oktober 1995)

Allgemeinbildende Aufgaben von Schule : Heymann (1996)

1. Lebensvorbereitung
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. **Lebensvorbereitung**
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

- Lebensvorbereitung...
  - ...im engeren Sinne: „[...] konkret benennbare, eingrenzbare Situationen […], in denen das den Menschen abverlangte Handeln auf **klar zu beschreibenden Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten** beruht. Diese Qualifikationen sind im Unterricht gezielt zu vermitteln und zu trainieren.“(60)
  - ...im weiteren Sinne: „Gelegenheit geben, in der Auseinandersetzung mit geistig herausfordernden Stoffen und Themen ihre **individuellen Fähigkeiten und Kräfte soweit wie möglich zu entfalten**. Sie werden dann auch auf die praktischen Anforderungen des privaten und beruflichen Lebensalltags hinreichend vorbereitet sein.“ (60)

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. **Lebensvorbereitung**
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

Was soll MU mit Blick auf die schulische Aufgabe „Lebensvorbereitung“ leisten (141ff.):

- Mathematik als Werkzeug,
  das Handlungsfähigkeit im Alltag gewährleistet:
  Addition von Dezimalzahlen, Zinsrechnung, Dreisatz, Division, Multiplikation
- Mathematik als Medium,
  das quantitative Informationen kommuniziert:
  Darstellungen von Daten und Prognosen,
  von funktionalen Zusammenhängen zwischen Größen

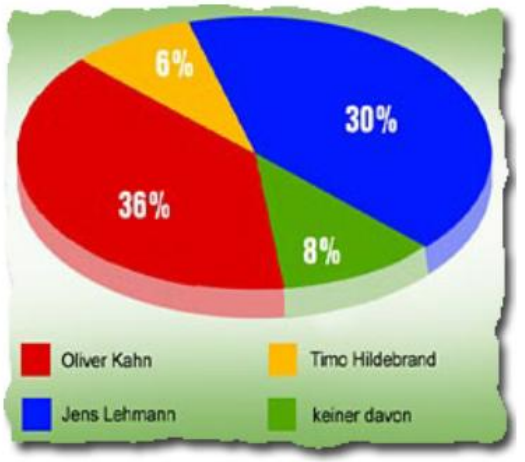
Mathematik und Allgemeinbildung : Heyma

1. **Lebensvorbereitung**
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

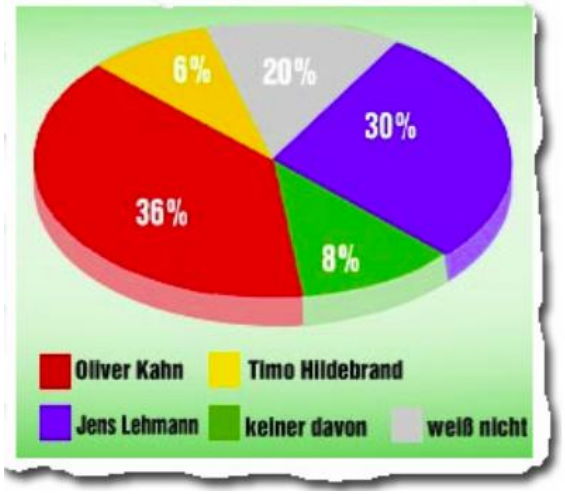
Was soll MU mit Blick auf die schu
„Lebensvorbereitung“ leisten (141f

- Mathematik als Werkzeug,
  das Handlungsfähigkeit im Alltag
  Addition von Dezimalzahlen, Zin
  Multiplikation
- Mathematik als Medium,
  das quantitative Informationen k
  Darstellungen von D[illegible]en und Pr
  von funktionalen Zus[illegible]

aus www.bild.de (2006)



nach Kritik von bildblog.de von bild.de so korrigiert:



Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. **Lebensvorbereitung**
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

Was soll MU mit Blick auf die schulische Aufgabe „Lebensvorbereitung“ leisten (141ff.):

- Mathematik als Werkzeug,
  das Handlungsfähigkeit im Alltag gewährleistet:
  Addition von Dezimalzahlen, Zinsrechnung, Dreisatz, Division, Multiplikation
- Mathematik als Medium,
  das quantitative Informationen kommuniziert:
  Darstellungen von Daten und Pro
  von funktionalen Zusammenhä
- Mathematik zur Größenvorstel
  Schätzen, Überschlagen, E

Matheaufgabe Klasse 7 (Werkrealschule):

1/2 Liter Wasser und 1/3 Liter Orangensaft werden zusammen-geschüttet.
Passt alles zusammen in eine 1 Liter Karaffe?

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. **Lebensvorbereitung**
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

Was soll MU mit Blick auf die schulische Aufgabe „Lebensvorbereitung“ leisten (141ff.):

- Mathematik als Werkzeug,
  das Handlungsfähigkeit im Alltag gewährleistet:
  Addition von Dezimalzahlen, Zinsrechnung, Dreisatz, Division, Multiplikation
- Mathematik als Medium,
  das quantitative Informationen kommuniziert:
  Darstellungen von Daten und Prognosen,
  von funktionalen Zusammenhängen zwischen Größen
- Mathematik zur Größenvorstellung:
  Schätzen, Überschlagen, Einschätzen von Größenordnungen
- Mathematik in der Anwendung:
  Standardanwendungen und ihre Grenzen,
  Beziehung von Sachkontext und mathematischem Modell

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. **Lebensvorbereitung**
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

„Fast alles, was über den Standardstoff
der ersten sieben Schuljahre hinausgeht, darf, ohne
dass sich die Betroffenen merkliche Nachteile
einhandelten, vergessen werden.
Ein Großteil der üblichen Schulmathematik,
und zwar gerade der mathematisch anspruchsvolleren
Gebiete, wäre demnach,
im früher erläuterten Sinne,
nicht lebensnotwendig.“ (134)

Bild

Zuviel Mathe-Unterricht ist Quatsch...

... das sagt ausgerechnet ein Mathematik-Professor. Hans Werner Heymann (Uni Bielefeld) forschte und fand heraus: Was Erwachsene an Mathematik brauchen, lernen sie in den ersten 7 Schuljahren. Alles, was darüber hinaus vermittelt wird, spielt im späteren Leben keine Rolle mehr. Logarithmus, Sinus und Cosinus - seit Jahren Stoff unzähliger Familiendramen - sind, so der Professor, fürs spätere Leben völlig unnütz.

(Bild-Zeitung, Oktober 1995)

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. **Lebensvorbereitung**
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einüb
   Vers
   und
7. Stärk
   Ichs

„Fast alles, was über den Standardstoff
der ersten sieben Schuljahre hinausgeht, darf, ohne
dass sich die Betroffenen merkliche Nachteile
einhandelten, vergessen werden.
Ein Großteil der üblichen Schulmathematik,
und zwar gerade der mathematisch anspruchsvolleren
Gebiete, wäre demnach,
im früher erläuterten Sinne,
nicht lebensnotwendig.“ (134)

Aber: Nur „lebensvorbereitender“ Mathematik-unterricht
allein bereitet kaum auf's Leben vor.

Und andererseits: Mathematikunterricht
ohne Anwendungszusammenhänge
wirkt nicht allgemeinbildend

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. Lebensvorbereitung
2. **Stiftung kultureller Kohärenz**
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

- „Kultur“: „Gesamtgefüge der sozial hervorgebrachten, nicht angeborenen und (im Prinzip) geteilten Gemeinsamkeit einer definierten Bezugsgruppe“ (66)
  - Bezugsgruppen z. B. Gegenwartsgesellschaft der Bundesrepublik Deutschland, oder europäische Gesellschaft, oder „mathematische Wissenskultur“
- „Kohärenz“: kulturelle **Kontinuität in der Zeit** und **Vermittlung zwischen zeitgleichen Teilkulturen**, um ein Auseinanderfallen zu vermeiden

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. Lebensvorbereitung
2. **Stiftung kultureller Kohärenz**
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

Stiftung kultureller Kohärenz durch
Orientierung an zentralen Ideen

(oder „Fundamentalen Ideen“ oder „Leitideen“, ...)

- Idee der Zahl
- Idee des Messens
- Idee der räumlichen Strukturierung
- Idee des funktionalen Zusammenhangs
- Idee des Algorithmus
- Idee des mathematischen Modellierens
- ...

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. Lebensvorbereitung
2. **Stiftung kultureller Kohärenz**
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

Stiftung kultureller Kohärenz durch
Orientierung an zentralen Ideen

(oder „Fundamentalen Ideen“ oder „Leitideen“, ...)

- Idee der Zahl
- Idee des Messens
- Idee der räumlichen Strukturierung
- Idee des funktionalen Zusammenhangs
- Idee des Algorithmus
- Idee des mathematischen Modellierens
- ...

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. Lebensvorbereitung
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. **Weltorientierung**
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

- wohl der landläufigen Vorstellung von „Allgemeinbildung“ am nächsten kommend:

  „Überblick über Erscheinungen der Realität haben,
  sie einzuordnen wissen,
  zueinander in Beziehung setzen können,
  auch über den persönlichen Erfahrungshorizont hinaus“ (79)

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. Lebensvorbereitung
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. **Weltorientierung**
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

- Wissen über Modellbildungsprozesse:
  (von dem Sachkontext der Aufgabe
  über mathematischen Lösungsansatz und Lösung
  zurück zum Sachkontext:
  Passt die Lösung? Ist sie hilfreich?
  Brauche ich ein anderen Ansatz?)
- Gleichzeitige unterschiedliche Lösungsvarianten zulassen, gar einfordern
- Projektunterricht und Alternatives hierzu: Kooperation zwischen Fächern, im Fachunterricht Anwendungsbezüge deutlich machen

Vgl. Prozesskompetenz „Modellieren“
in den kommenden Sitzungen

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. Lebensvorbereitung
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. **Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch**
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

- Kritische Vernunftgebrauch: „Tatsachenbehauptungen, Schlussfolgerungen und Werturteile nicht einfach hinnehmen, sondern sie auf mögliche Widersprüche, Unstimmigkeiten und Unvereinbarkeiten zu untersuchen“ (89) – eine Fähigkeit, aber auch Haltung und Einsicht

  Kant 1784: „Habe Mut, dich deines eigenen Verstandes zu bedienen“



Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. Lebensvorbereitung
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. **Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch**
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

- Verstehen ermöglichen

  denn sonst besteht die Gefahr, dass
  nur Begriffe auswendig gelernt
  oder Verfahren blind gerechnet werden

Matheaufgabe Klasse 7 (Werkrealschule):

1/2 Liter Wasser un
1/3 Liter Orangensaft
werden zusammengeschüttet.
Passt alles zusammen
in eine 1 Liter Karaffe?

Ein Schüler rechnet:
1/2 +1/3 = 3/6+2/6 = 5/6 =…

Katharina:

Wenn ich 2
durch 1/4 dividiere,
erhalte ich mehr als 2.
Du kannst mir doch nicht
sagen, dass Mathematik
logisch ist...

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. Lebensvorbereitung
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. **Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch**
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

- Verstehen ermöglichen

  denn sonst besteht die Gefahr, dass
  nur Begriffe auswendig gelernt
  oder Verfahren blind gerechnet werden

- Allgemeine Denkschulung

  z.B. unmittelbar lebensnützlich (Punkt 1.)
  bzw. zentralen Ideen zugeordnet (Punkt 2.)
  bzw. Anwendungsbezüge verdeutlichend (Punkt 3.)

- Zum kritischen Vernunftgebrauch anleiten:

  Modelle zur Erklärung wirklicher Phänomene
  nutzen, hinterfragen, kritisieren

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. Lebensvorbereitung
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. **Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft**
6. **Einübung in Verständigung und Kooperation**
7. **Stärkung des Schüler-Ichs**

- „**Verantwortlich** verhält sich, wer die Folgen seines Handelns (bzw. Nicht-Handelns) für sich und andere bedenkt und für die einsteht.“ (105)

- „**Verständigung**“: „Verhalten, das sowohl auf mitmenschliches Verstehen zielt als auch auf Interessenausgliech und Ermöglichung eines praktischen Miteinanders“ (110)
  „**Kooperation**“: setzt Verständigung voraus und ereignet sich, „wenn gemeinsam auf ein Ziel hin gehandelt wird“ (111)

- **„Ich-Stärkung** zielt auf die Entwicklung von
  - Selbstbewußtsein, Selbstvertrauen, personaler Identität,

  auf die Fähigkeit,
  - eigene Ziele, Wünsche, und Vorstellungen klar zu erkennen und handelnd zu verwirklichen und mit den eigenen Stärken und Schwächen realistisch umzugehen.“

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996)

1. Lebensvorbereitung
2. Stiftung kultureller Kohärenz
3. Weltorientierung
4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
5. **Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft**
6. **Einübung in Verständigung und Kooperation**
7. **Stärkung des Schüler-Ichs**

- „Oasen selbstbestimmten Lernens“, wo der Schüler Verantwortung für den eigenen Lernprozess und den seiner Mitschüler übernimmt
  → weniger Frontalunterricht, mehr Arbeiten in Kleingruppen, mehr Formen der Selbstregulation
- Nicht der Lehrer entscheidet über Richtigkeit bzw., Falschheit eines Sachverhalts, sondern die Sache, mit der die Lerngruppe sich auseinandersetzt
  → ein Anfang auch hier: andere Sozialformen
- insb. Umgang mit Fehlern: Kein Indikator für Misserfolg, sondern notwendige Begleiterscheinung eines Lernprozess, der produktiv zu nutzen ist.

Mathematik und Allgemeinbildung : Heymann (1996, 1999)

1. **Lebensvorbereitung**
2. **Stiftung kultureller Kohärenz**
3. **Weltorientierung**
4. **Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch**
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

1. Mathematische Aktivitäten: Schätzen, Überschlagen, Interpretieren und Darstellen, verständiger Einsatz technischer Hilfsmittel üben und reflektieren.
2. Orientierung an zentralen Ideen, die Verbindung von Mathematik und außermathematische Kultur deutlich werden lassen.
3. Nicht-mathematische Phänomene mittels Mathematik deuten, modellieren, verstehen und beherrschen.
4. Den eigenen Verstand nutzen, um Mathematik zu verstehen und mit ihrer Hilfe einen verständigen Zugang zu außermathematischen Phänomenen zu erreichen.
5. bis 7.
   Raum für subjektive Sichtweisen ermöglichen, Umwege, Alternativen, Ideen, Spiel mit Mathematik, im Miteinander und eigenverantwortlichem Tun.

Mathematik und Allgemeinbil

1. **Lebensvorbereitung**
2. **Stiftung kultureller Kohärenz**
3. **Weltorientierung**
4. **Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch**
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

1. Mathematis
   Interpretiere
   Hilfsmittel üb
2. Orientierung
   und außerm
3. Nicht-mathe
   modellieren,
4. Den eigener
   mit ihrer Hilf
   außermathe
5. bis 7.
   Raum für su
   Alternativen
   eigenverant

Was sind „Kompetenzen“?

Franz Weinert (2001):

- „die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen,
- sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können.“

Mathematik und Allgemeinbildung : Vgl. mit Heinrich Winter

1. **Lebensvorbereitung**
2. **Stiftung kultureller Kohärenz**
3. **Weltorientierung**
4. **Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch**
5. Entfaltung von Verantwortungs-bereitschaft
6. Einübung in Verständigung und Kooperation
7. Stärkung des Schüler-Ichs

Für den Mathematikunterricht an allgemeinbildenden Schulen (bis zum Abitur) soll nun skizziert werden, in welcher Weise er für Allgemeinbildung unersetzbar ist.

Der Mathematikunterricht sollte anstreben, die folgenden drei Grunderfahrungen, die vielfältig miteinander verknüpft sind, zu ermöglichen:

(1) Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,

(2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,

(3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlöse-fähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.

Heinrich Winter: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung (1996)

Das sollten Sie können...

- einen Satz an Aufgaben auf Basis des WiGORA Referenzrahmens analysieren und bewerten können
- die abgebildete Graphik erläutern können (woher sie kommt, was die Einträge bedeuten, warum die würfelförmige Anordnung,…)
- Das Potential einer gegebenen Aufgabe für die prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen analysieren können
- das Potential einer gegebenen Aufgabe für die folgenden vier allgemeinbildendenden Ziele diskutieren können:
  Lebensvorbereitung – Stiftung kultureller Kohärenz – Weltorientierung – Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch

