·Fakultät für Natur- und
Gesellschaftswissenschaften
Fach Mathematik

Prof. Dr. Guido Pinkernell

Repräsentationale Flexibilität

Ziel der Aufgabe 1 ist es, dass Sie sich anhand unterrichtserprobter Einführungsaufgaben in den Funktionsbegriff selbst über den Facettenreichtum dieses Begriffs bewusst werden, und zwar anhand der in der Vorlesung behandelten Kategorien.

Ziel der Aufgabe 2 ist es, die repräsentationale Vielfalt jetzt aus Perspektive der Bruner'schen Repräsentationmodi E,I,S und natürlich die Wortform zu erkunden.

Ziel der Aufgabe 3 ist es kennenzulernen, wie die aus der Schule bekannten Untersuchungen von Zusammenhängen zwischen Term, Tabelle und Graph mithilfe einer freien mathematischen Software durchgeführt werden können.

Ziel der Aufgabe 4 ist es, verschiedene Verfahren zur Lösung von Gleichungen kennenzulernen und in ihrem didaktischen Sinn zu bewerten.

Aufgabe 0 Vorbereitungen

Besorgen Sie sich

- Richter, K., & Schäfer, A. (2008). Weil nicht alles proportional ist... An Stationen Zuordnungen einführen. *mathematik lehren*, (148), 24–45.

und bringen Sie Ihren Laptop oder Tablet mit in die Übung.

Aufgabe 1 Funktionen in verschiedenen Darstellungen

In Richter (2008) findet sich eine Unterrichtsidee zur Einführung in den Funktionsbegriff in Klasse 6 bzw. 7. Die enthaltenen Lernstation sollen Sie im Tutorium kennenlernen und hinsichtlich ihres didaktischen Wertes analysieren. "Didaktischer Wert" meint hier, inwieweit die in der Vorlesung eingeführten Darstellungsformen von Funktionen Verwendung finden, also Wortform, Term, Tabelle und Graph:

1.1 Zu jeder einzelnen Station:

(a) Bearbeiten Sie innerhalb von 10 Minuten die Aufgaben dieser Station (siehe Anhang)

(b) Analysieren Sie Ihre eigenen Bearbeitungen dahingehend, welche Darstellungsformen verwendet wurden.

1.2 Im Plenum

(a) Tragen Sie Ihre Analysen der einzelnen Stationen vor.

(b) Vielleicht erinnern Sie sich daran, wie Sie Funktionen in der Schule kennen gelernt haben. Was ist anders? Was ist ähnlich? Was fehlt Ihnen an dem Zugang zum Funktionsbegriff, den Sie hier kennengelernt haben? Was glauben Sie sollte anders gemacht bzw. weggelassen werden?

·Fakultät für Natur- und Gesellschaftswissenschaften
Fach Mathematik

Prof. Dr. Guido Pinkernell

Aufgabe 2 Die Bruner'schen Repräsentationsmodi als Ausdruck repräsentationaler Flexibilität

Die repräsentationale Flexibilität ist eine wesentliches Merkmal eines verständigen Zugangs zu mathematischen Begriffen bzw. Verfahren. Auch der Wechsel zwischen den Bruner'schen Repräsentationsmodi kann Ausdruck dieser Flexibilität sein. Untersuchen Sie dies anhand von mathematischen Verfahren des Rechnens mit Bruchzahlen.

2.1 Sammeln Sie in einem geeigneten Lehrwerk – das können Schulbücher, Arbeitsblätter, Online-Erklärwerke, auch Erklärvideos sein – Erläuterungen der Bruchaddition. Wo erfolgt die Erklärung auf symbolischer, wo auf ikonischer, wo sogar auf Handlungsebene? Wird auch explizit zur Beschreibungen in eigenen Worten („Wortform") aufgefordert?

Sammeln Sie Ihre Fundstücke systematisch und stellen Sie sie einander vor.

2.2 Sammeln Sie nun Erläuterungen der Addition von Dezimalzahlen. Versuchen Sie hier, eine Zuordnung zu den Bruner'schen Repräsentationsmodi vorzunehmen.

Aufgabe 3 Dynamische Repräsentation von Funktionen mit Software

Zusammenhänge zwischen den Repräsentationsformen von Funktionen zu erkunden ist eine der wichtigen Aktivitäten in Unterrichtseinheiten zu funktionalen Zusammenhängen. Ein gewinnbringendes Medium ist der Computer, genauer gesagt: digitale Werkzeuge, in denen die drei Repräsentationsformen Term, Tabelle und Graph unmittelbar miteinander verlinkt sind und so Änderungen in einer Repräsentationsform automatisch mit Änderungen in den anderen beiden verbunden ist.

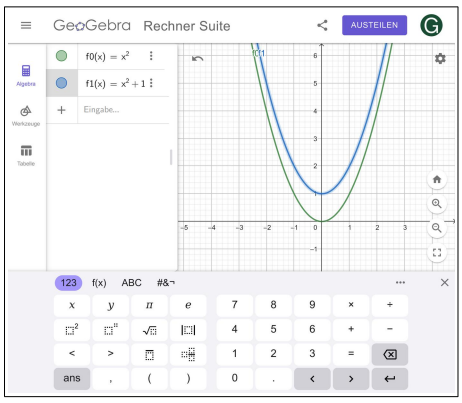
Wie das aussehen kann ist Gegenstand dieser Aufgabe. Starten Sie auf geogebra.org den „Rechner".

3.1 Erkunden Sie den Zusammenhang zwischen dem Parameterwert c im Term der Funktion $f(x) = x^2 + c$ und Position und Gestalt des zugehörigen Graphen.

(a) Definieren Sie im Eingabefeld verschiedene Funktionen, die einen Überblick erlauben. Z. B. f0(x) = x^2, f1(x) = x^2+1. Fahren Sie fort, bis Sie eine aussagekräftiges Bündel an Termen und Graphen haben.

(b) Erkunden Sie den Zusammenhang zwischen Parameterwert und Graphen neu, jetzt mit Hilfe eines Schiebereglers. Öffnen Sie zuerst ganz links ganz oben das Menü und speichern oder löschen Sie Ihre Arbeit aus (a).

Jetzt…



- erstellen Sie nun als erstes einen Schieberegler:

  > Werkzeuge > Schieberegler > an die Stelle klicken, wo der Schieberegler sein soll. Im Einstellungsfeld ändern Sie den Namen zu c und „übernehmen“ Sie,

- definieren Sie eine Funktion mit Parameter c:

  > Algebra > x^2+c

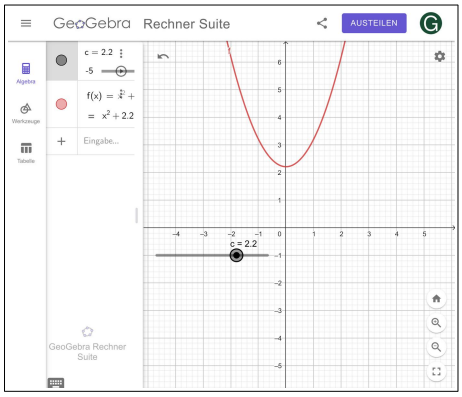
- und bewegen Sie den Reglerpunkt auf dem Schieberegler.

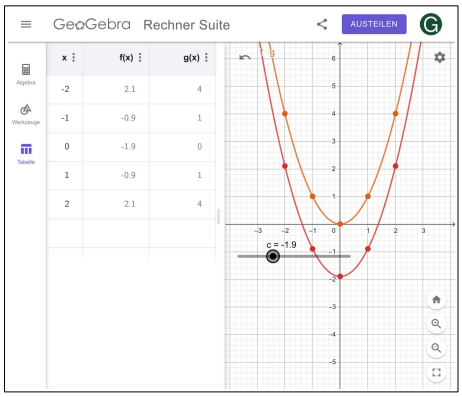
- Fügen Sie nun die „Originalfunktion“ g(x) = x^2 hinzu:

  > Algebra > x^2

- und schließlich auch eine Wertetabelle hinzu:

  > Algebra > Kontextmenü (drei Punkte) von f(x) > „Wertetabelle“. Tun Sie dasselbe mit g(x).

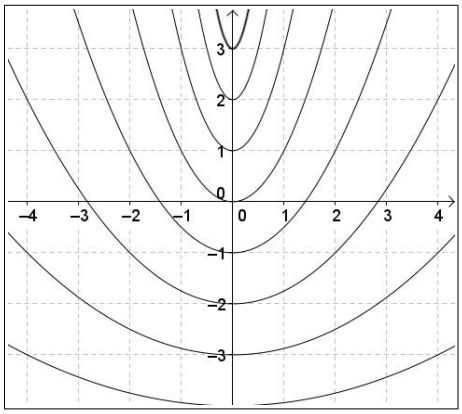




3.2 Erklären Sie die Wirkung einer Änderung von c auf Gestalt und Position des Graphen, indem Sie auf die Wertetabelle Bezug nehmen. Erklären Sie die Wirkung von c auf die Einträge der Wertetabelle, indem Sie auf die graphische Repräsentation Bezug nehmen.·

3.3 Reproduzieren Sie den rechts abgebildeten Screenshot.

Wenn das Erstellen von Graphen aus Termen eine „Grundaufgabe“ ist, wie könnte man diese Aufgabe bezeichnen?



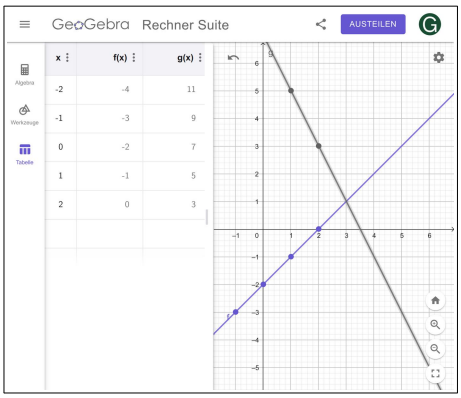
·Fakultät für Natur- und Gesellschaftswissenschaften
Fach Mathematik

Prof. Dr. Guido Pinkernell

Aufgabe 4 Gleichungen lösen numerisch, geometrisch, algebraisch

Sie beschäftigen sich hier mit einer Aufgabe aus einem Lehrmaterial, das für den Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht entwickelt wurde:

„Helga hat die Aufgabe, die Terme $x – 2$ und $7 – 2·x$ zu vergleichen. Hierzu hat sie die Terme wie rechts abgebildet in ein CAS eingegeben."



Beachten Sie an dieser Stelle schon: Es geht hier noch nicht explizit um das Lösen der Gleichung $x – 2 = 7 – 2·x$. Es geht zunächst nur um den Vergleich beider Terme.

4.1 Im Original sind nun Arbeitsaufträge formuliert. Die fehlen hier. Welche Arbeitsaufträge würden Sie formulieren? Nehmen Sie explizit Bezug auf die geometrische Repräsentation des Vergleichs (also die zwei Geraden im Koordinatensystem) und die numerische Repräsentation (also die Tabelle mit den Werten beider Terme).

4.2 Ziel dieser Aufgabe ist es, den Vergleich zweier Terme auf das Lösen einer linearen Gleichung zu fokussieren. Wie genau stellt sich hier die Lösung der Gleichung $x – 2 = 7 – 2·x$ dar? Lösen Sie auf dieselbe Weise (mit Geogebra oder „händisch") die Gleichung $3·x – 2 = 10 – 2·x$. Was beobachten Sie?

4.3 Das algebraische Lösungsverfahren lässt sich motivieren, indem die Grenzen der des numerischen bzw. graphischen Verfahrens thematisiert werden. Nennen Sie eine Gleichung, bei der diese beiden Verfahren an ihre Grenzen stoßen.

4.4 Diskutieren Sie die These, dass numerische und geometrische (also graphische) Lösungsverfahren vor dem algebraischen Verfahren behandelt werden sollen.

Stationenarbeit aus Richter (2008)

Hinweise für den Fall, dass die notwendigen Materialien nicht verfügbar sind

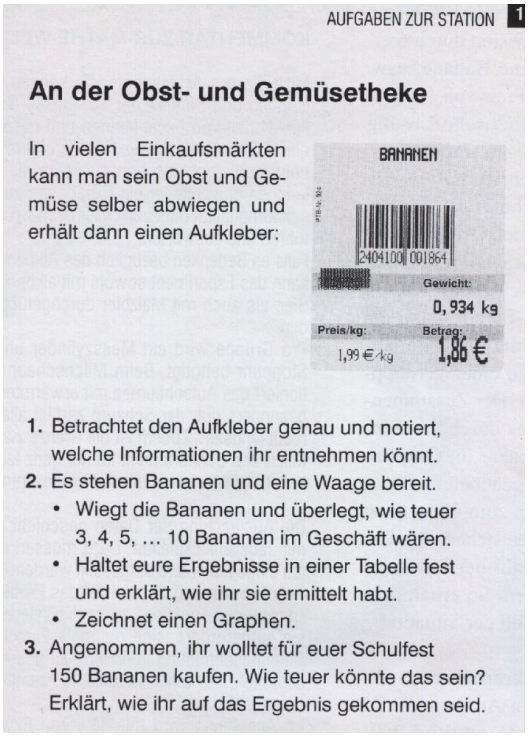
zur Station 1: Der Aufkleber gibt ein Gesamtgewicht von 0,934 kg an. Das können etwa 6 Bananen gewesen sein.

zur Station 2: Nehmen Sie 30 Tüten Gummibärchen an, wobei sich in jeder Tüte zwischen 8 und 12 Bärchen befinden.

zur Station 4: Diese „Teilums" sind Pfeifenputzer der Länge 16 cm, wie dort schon angegeben. In anderen Aufgabenformulierungen haben diese Putzer auch den Namen „Teilumfans", was sich ableitet von „Teilumfang". Denn aus einem Putzer werden drei Seiten eines Rechtecks gebogen. Übrigens: Der „Bauch", dessen Dicke angegeben werden soll, ist der Abstand zwischen den Beinen eines Teilums.

zur Station 5: Hier bekommen Sie eine Tabelle mit möglichen Messdaten:

Zeit	*0*	*nach 2 min*	*nach 4 min*	*nach 6min*	*nach 8min*	*nach 10min*	*nach 12min*	*nach 14min*
Höhe in cm	*5,5*	*4,7*	*4,1*	*3,5*	*2,8*	*2,1*	*1,5*	*erloschen*



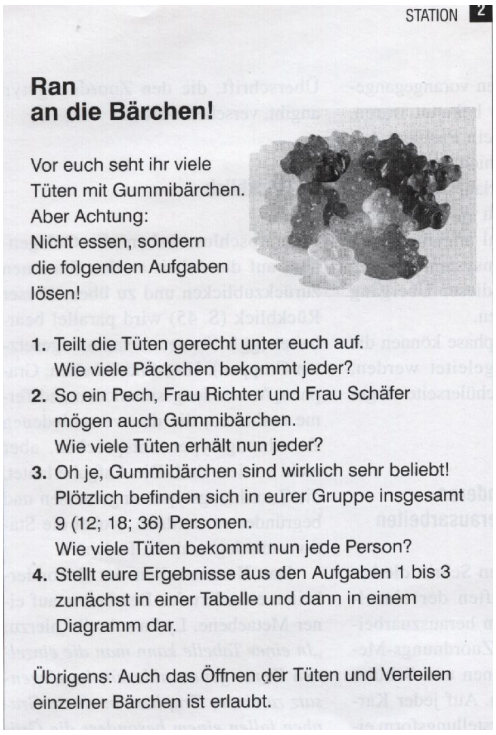
AUFGABEN ZUR STATION 1

An der Obst- und Gemüsetheke

In vielen Einkaufsmärkten kann man sein Obst und Gemüse selber abwiegen und erhält dann einen Aufkleber:

BANANEN
24041000 001864
Gewicht: 0,934 kg
Preis/kg: 1,99 €/kg
Betrag: 1,86 €

1. Betrachtet den Aufkleber genau und notiert, welche Informationen ihr entnehmen könnt.
2. Es stehen Bananen und eine Waage bereit.
   - Wiegt die Bananen und überlegt, wie teuer 3, 4, 5, … 10 Bananen im Geschäft wären.
   - Haltet eure Ergebnisse in einer Tabelle fest und erklärt, wie ihr sie ermittelt habt.
   - Zeichnet einen Graphen.
3. Angenommen, ihr wolltet für euer Schulfest 150 Bananen kaufen. Wie teuer könnte das sein? Erklärt, wie ihr auf das Ergebnis gekommen seid.



STATION 2

Ran an die Bärchen!

Vor euch seht ihr viele Tüten mit Gummibärchen. Aber Achtung: Nicht essen, sondern die folgenden Aufgaben lösen!

1. Teilt die Tüten gerecht unter euch auf. Wie viele Päckchen bekommt jeder?
2. So ein Pech, Frau Richter und Frau Schäfer mögen auch Gummibärchen. Wie viele Tüten erhält nun jeder?
3. Oh je, Gummibärchen sind wirklich sehr beliebt! Plötzlich befinden sich in eurer Gruppe insgesamt 9 (12; 18; 36) Personen. Wie viele Tüten bekommt nun jede Person?
4. Stellt eure Ergebnisse aus den Aufgaben 1 bis 3 zunächst in einer Tabelle und dann in einem Diagramm dar.

Übrigens: Auch das Öffnen der Tüten und Verteilen einzelner Bärchen ist erlaubt.

·Fakultät für Natur- und Gesellschaftswissenschaften
Fach Mathematik

Prof. Dr. Guido Pinkernell

STATION 3

Formel-1-Rennstrecke



Silverstone hat eine berühmte Formel-1-Rennstrecke. Im Fernsehen wird die Strecke von einem Reporter vorgestellt:
„Die Wagen beschleunigen auf der Zielgeraden bis auf fast 300 km/h. Kurz vor Copse Corner werden die Wagen auf 150 km/h abgebremst. Dann geht es auf eine Gerade mit der leichten Maggots Curve …“

1. Nun seid ihr der Reporter oder die Reporterin. Vervollständigt die Vorstellung der Rennstrecke.
2. Stellt die Informationen zur Rennstrecke zunächst in einer Tabelle und anschließend in einem Diagramm dar.

STATION 4

Vom Pfeifenputzer zum Teilum



Teilums sind besondere Wesen: Der Teilumfang eines Rechtecks, bestehend aus der Länge *beider* Beine und der Schulterbreite, ist bei jedem 16 cm.

1. Biege dir ein Teilum und gib ihm einen Namen.
2. Volkszählung! Trage den Namen jedes Teilums zusammen mit seinen Maßen in eine Tabelle ein:

Name	Beinlänge	Bauchdicke
Robin	7	
…	…	

3. Das Teilum mit dem dicksten Bauch soll König werden. Gibt es ihn schon? Oder muss er neu geknickt werden? Notiert seine Maße.
4. Zeichnet ein Diagramm und stellt so die Teilum-Geschichte dar. Markiert den König im Diagramm!

STATION 5

Mathematik bei Kerzenschein



Habt ihr schon mal einen Geburtstagskuchen mit Kerzen bekommen? Er sieht schön aus … und plötzlich muss man schnell die Kerzen auspusten, weil sie sonst ganz abgebrannt sind!
Schätzt, wie lange eine Kerze brennt: _____

Untersucht nun das Abbrennen einer Geburtstagskerze genau. Lest die einzelnen Schritte zunächst alle durch und folgt dann den Anweisungen:

1. Messt die Länge einer Kerze. Zündet sie dann an.
2. Messt nach genau zwei Minuten erneut die Länge der Kerze, ohne die Flamme dabei auszupusten.
3. Messt nun nach jeweils zwei weiteren Minuten die Länge der Kerze bis die Flamme erlischt.
4. Stellt eure Messwerte zunächst in einer Tabelle und dann in einem Diagramm dar.
5. Stellt euch vor, ihr findet doppelt so lange Geburtstagskerzen im Laden. Wie lange werden diese brennen? Erklärt euren Lösungsweg!