Grundlagen
der Mathematikdidaktik

Verstehen I: Grundvorstellungen

Organisatorisches: Wer sind Sie?

	Primar-stufe	Sekundar-stufe	Sonder-pädagogik
Bachelor of Arts			
Master of Education			
Erweiterungs-fach			
andere			

Organisatorisches: Termine, Übungen und Klausur

- Verlaufsübersicht: StudIP > Mathematikdidaktik Sekundarstufe > Ablaufplan
- Übungen: StudIP > Mathematikdidaktik Sekundarstufe > Teilnehmer > Gruppen
- Modulprüfung: Vorlesungsverzeichnis > MAT02 > ...
- Prüfungsplan: Prüfungsplan
- Anmeldung: siehe Prüfungsamt
- Und: Studieren Sie die Fächerkombination Mathematik und Kunst? Bitte melden!

5. Sachaufgabe

In eine Gondel der Seilbahn passen immer 7 Personen. Die dritten Klassen der Talschule möchten mit der Seilbahn auf den Berg fahren, dort picknicken und dann wieder hinunter ins Tal laufen. Es sind 55 Kinder und drei Lehrerinnen.

(Wenn du möchtest, kannst du auch eine Zeichnung auf die Rückseite machen.)

Frage: Wie viele Gondeln werden benötigt?

Rechnung: 55 + 3 = 58 58 : 7 = 9 R ~~7~~ 5

Antwort: Es werden 9 Gondeln gebraucht

/2,5P

5. Sachaufgabe

In eine Gondel der Seilbahn passen immer 7 Personen. Die dritten Klassen der Talschule möchten mit der Seilbahn auf den Berg fahren, dort picknicken und dann wieder hinunter ins Tal laufen. Es sind 55 Kinder und drei Lehrerinnen.

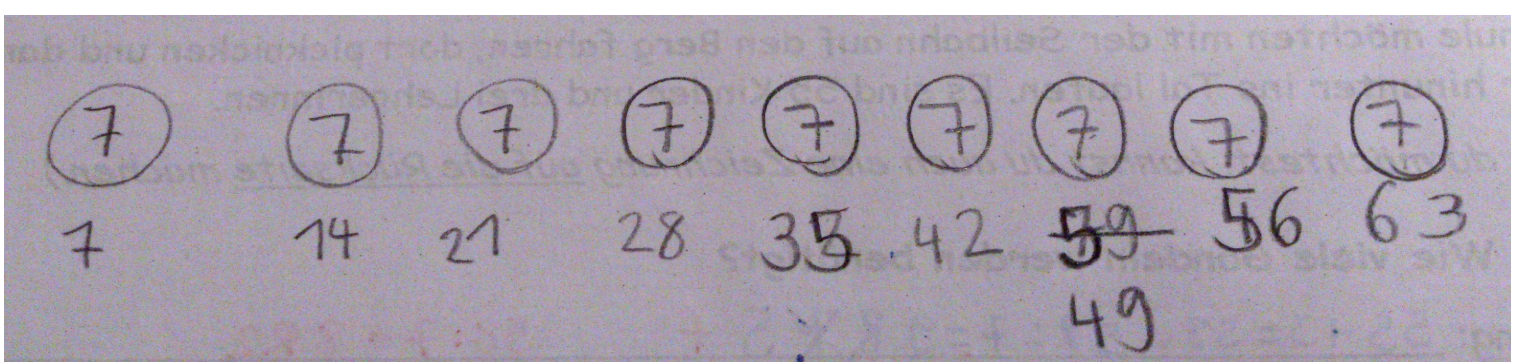
(Wenn du möchtest, kannst du auch eine Zeichnung auf die Rückseite machen.)

Frage: Wie viele Gondeln werden benötigt?

Rechnung: 55+3=58 58:7=9 R~~7~~5

Antwort: Es werden 9 Gondeln gebraucht

/2,5P



5. Sachaufgabe

In eine Gondel der Seilbahn passen immer 7 Personen. Die dritten Klassen der Talschule möchten mit der Seilbahn auf den Berg fahren, dort picknicken und dann wieder hinunter ins Tal laufen. Es sind 55 Kinder und drei Lehrerinnen.

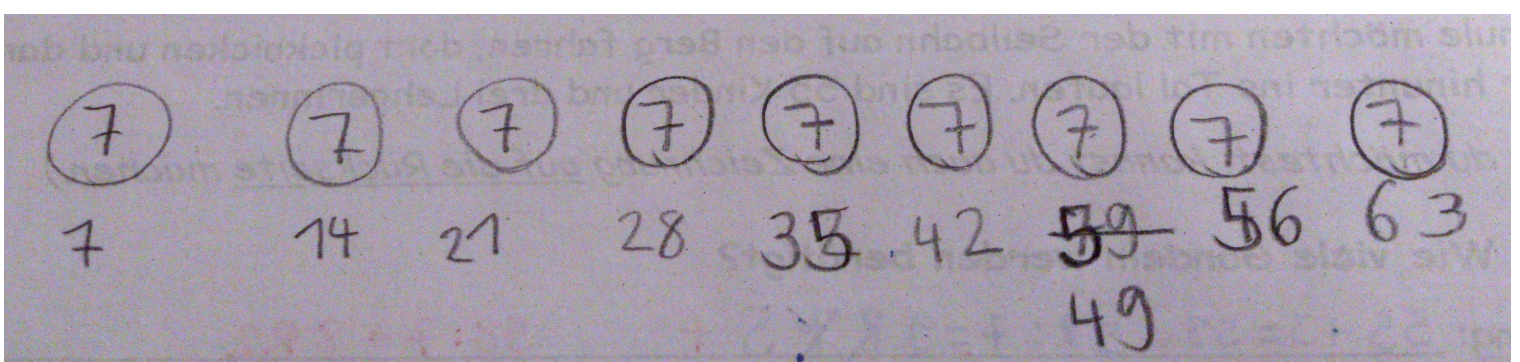
(Wenn du möchtest, kannst du auch eine Zeichnung auf die Rückseite machen.)

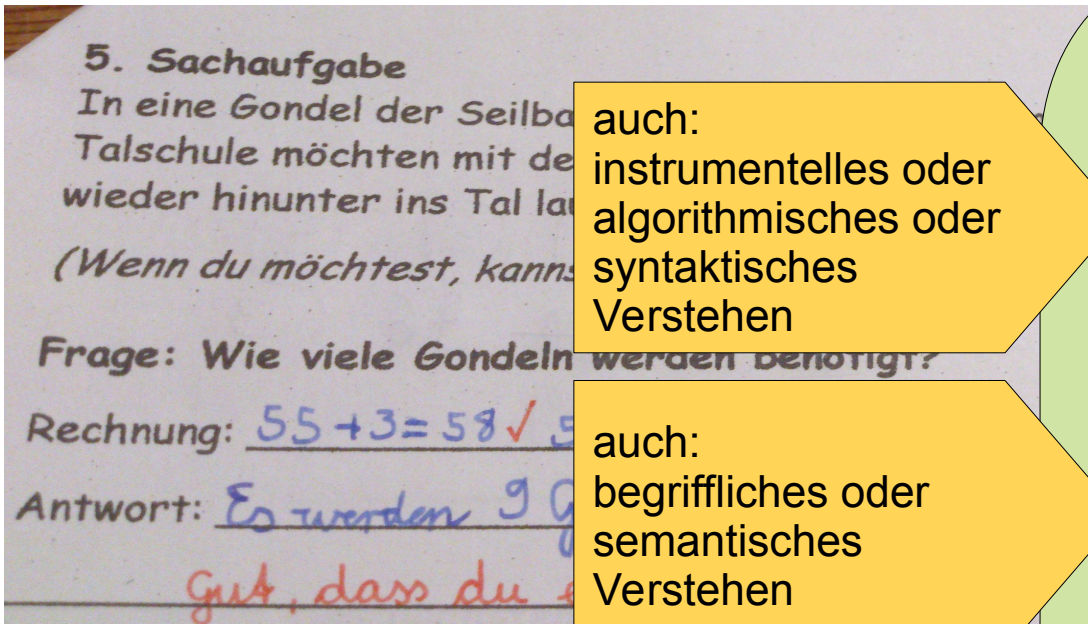
Frage: Wie viele Gondeln werden benötigt?

Rechnung: 55+3=58✓ 58:7=9 R~~7~~5 f ✓ 58:7=8 R2

Antwort: Es werden 9 Gondeln gebraucht (✓)

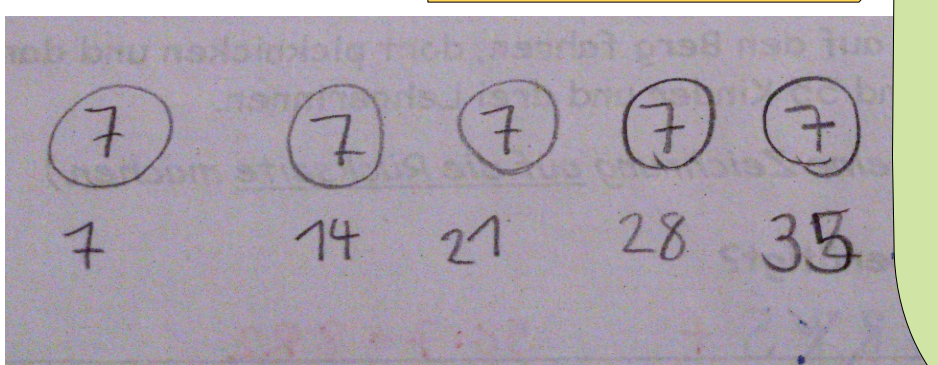
Gut, dass du eine Skizze gezeichnet hast. 2/2,5P





auch:
instrumentelles oder
algorithmisches oder
syntaktisches
Verstehen

auch:
begriffliches oder
semantisches
Verstehen



drei Arten des
Verstehens:

prozedurales Verstehen

Regeln erfolgreich
anwenden können

konzeptuelles Verstehen

Sinngebende
Vorstellungen
aktivieren können

kommunizierbares Verstehen

sich verständlich
und formal korrekt
mitteilen können

„Katharina hatte im Rahmen einer Hausaufgabe unter ordnungsgemäßer Anwendung der Bruchrechenregeln die Zahl 2 durch 1⁄4 dividiert und kam dann zu mir, weil sie sich über die 8 als Ergebnis wunderte.“

Heymann (1999)

drei Arten des Verstehens:

prozedurales Verstehen

Regeln erfolgreich anwenden können

konzeptuelles Verstehen

Sinngebende Vorstellungen aktivieren können

kommunizierbares Verstehen

sich verständlich und formal korrekt mitteilen können

„Verstehen“ in den kommenden Sitzungen

Was heißt „Verstehen“?

- 01 (heute): über Grundvorstellungen verfügen
- 02: Verfahren im operativen Sinne flexibel beherrschen
- 03: zwischen Darstellungen bzw. Repräsentationen flexibel wechseln können
- 04: Zusammenfassung mit weiteren Verstehensaspekten

Grundvorstellungen (heute): Übersicht

1. Was sind Grundvorstellungen
2. Grundvorstellungen in der Sekundarstufenmathematik
3. Ausgewählte Beispiele: Grundvorstellungen von Brüchen und des Bruchrechnens
4. Grundvorstellungen im Unterricht

1. Grundvorstellungen

- Beispiel Katharina:

  Wie kann das Ergebnis von
  2 dividiert durch 1/4 größer sein
  als der Dividend?

  Die Grundvorstellung des „Verteilens an...“ ist hier nicht anwendbar, weil der Divisor ganzzahlig sein müsste

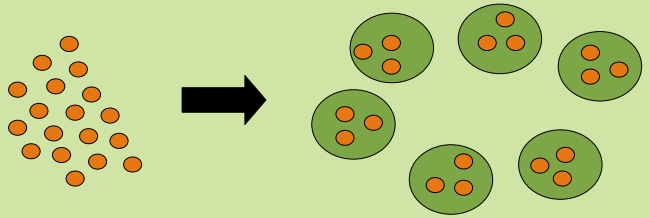
- Beispiel Friedrich:

  Teile 58 Personen in 9er Gruppen auf.

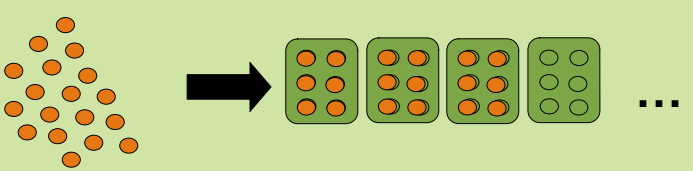
  Dividieren als „Aufteilen in...“ kann Katharina helfen – aber wie?

zwei
„Grundvorstellungen"
des Dividierens:

Verteilen:
18 Murmeln an
6 Kinder verteilen



Aufteilen:
18 Murmeln in
6er Päckchen aufteilen

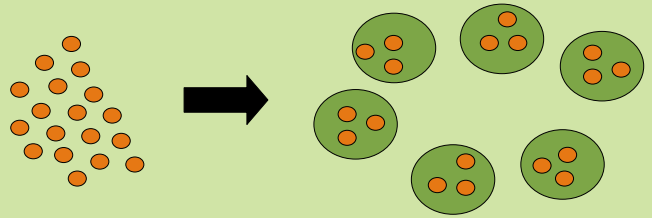


1. Grundvorstellungen

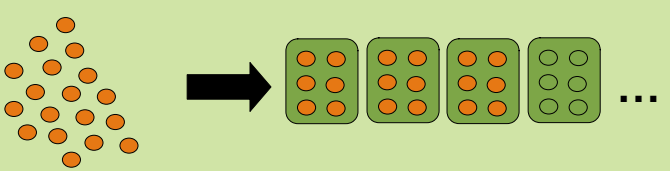
- Erklärungsmodelle mathematischer Begriffe und Verfahren (vom Hofe & Blum 2016), gleichzeitig sinnstiftend wie inhaltlich angemessen
- als mentale Modelle (Freudenthal 1983) oder besser: Denkschemata aktivierbar, um eine mathematische Situation verständig zu durchdringen
- Aufbau durch Handlungserfahrungen und Umgang mit Darstellungen
- ein mathematischer Begriff wird in der Regel durch mehrere, vernetzte Grundvorstellungen erfasst (auch: „Grundverständnis“)
- keine feste Sammlung, sondern ein immer wieder erweitert

zwei
„Grundvorstellungen"
des Dividierens:

Verteilen:
18 Murmeln an
6 Kinder verteilen



Aufteilen:
18 Murmeln in
6er Päckchen aufteilen



Grundvorstellungen (heute): Übersicht

1. Was sind Grundvorstellungen
2. Grundvorstellungen in der Sekundarstufenmathematik
3. Ausgewählte Beispiele: Grundvorstellungen von Brüchen und des Bruchrechnens
4. Grundvorstellungen im Unterricht

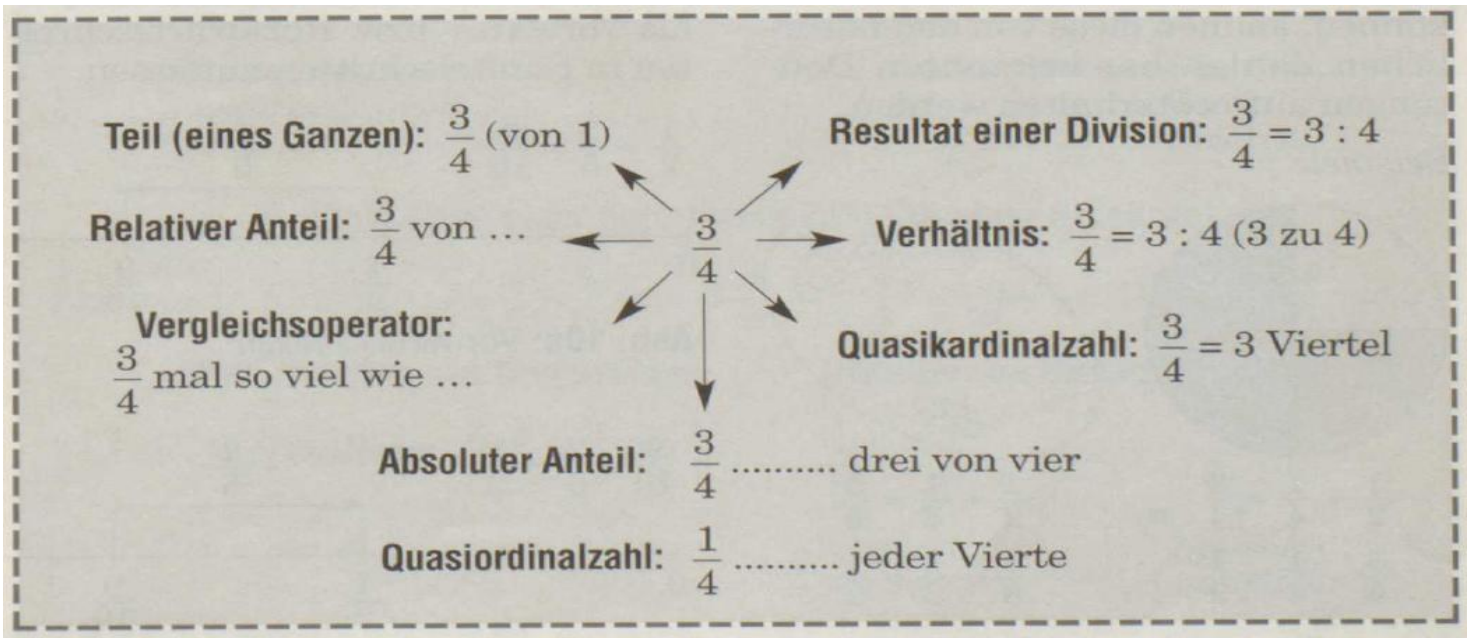
2. Grundvorstellungen von...

- Gleichheit
- Dividieren, ...
- Bruchzahl und Rechnen mit Brüchen (heute, auch Übung)
- Prozente, Zinsen (Übung)
- Variablen (Didaktik der Algebra ...)
- Funktionen (spätere Sitzung hier)
- ...

Grundvorstellungen (heute): Übersicht

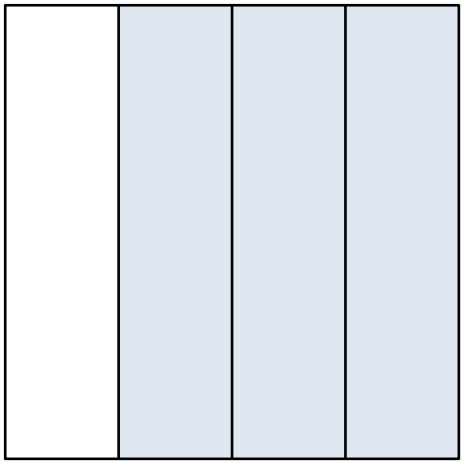
1. Was sind Grundvorstellungen
2. Grundvorstellungen in der Sekundarstufenmathematik
3. Ausgewählte Beispiele: Grundvorstellungen von Brüchen und des Bruchrechnens
4. Grundvorstellungen im Unterricht

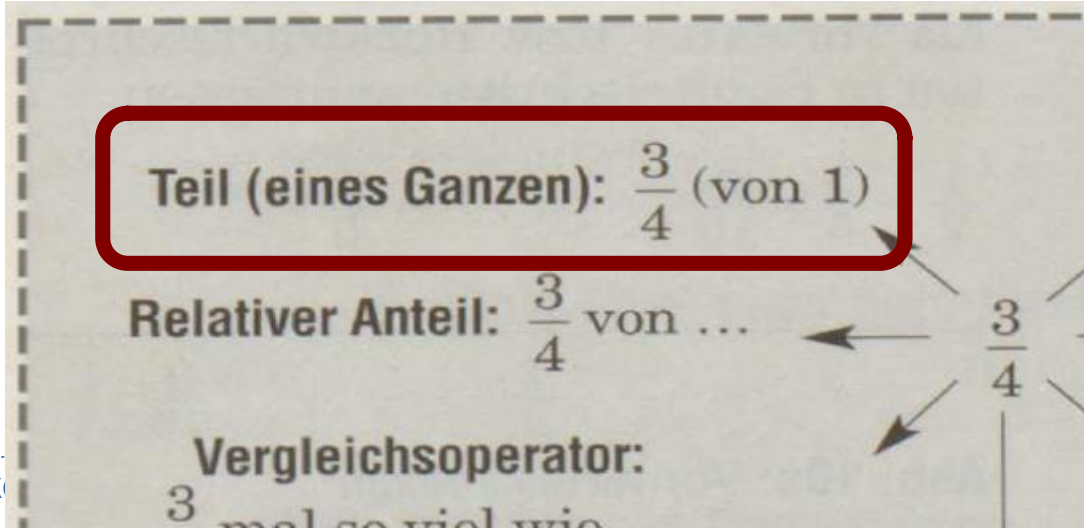
3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)



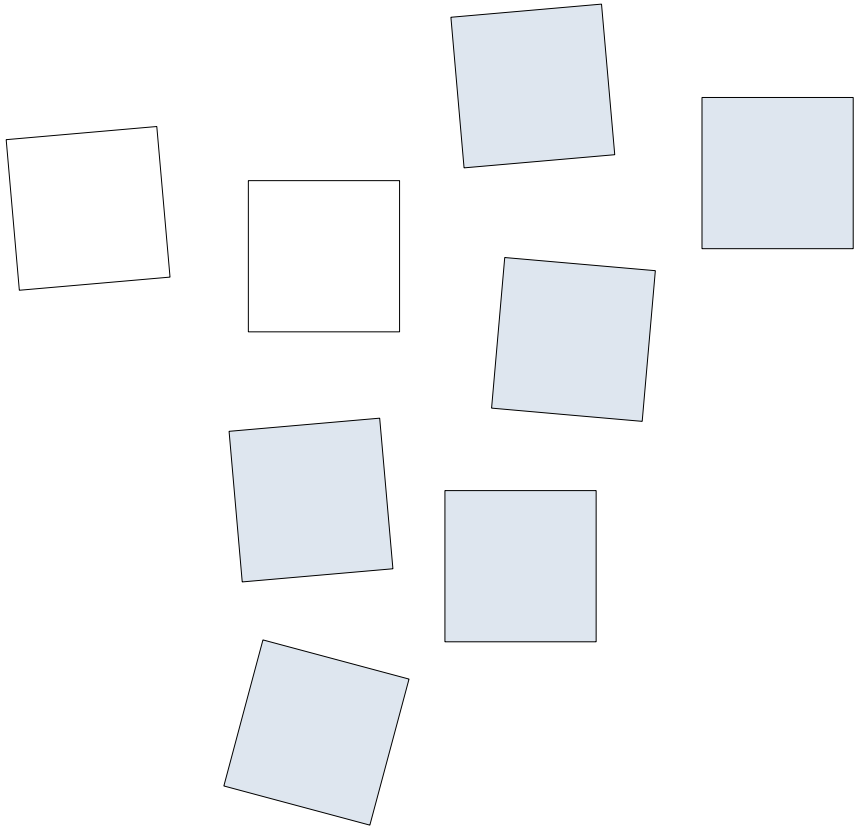
Günther Malle (2004): Grundvorstellungen zu Bruchzahlen, in: mathematik lehren, Heft 123

3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)

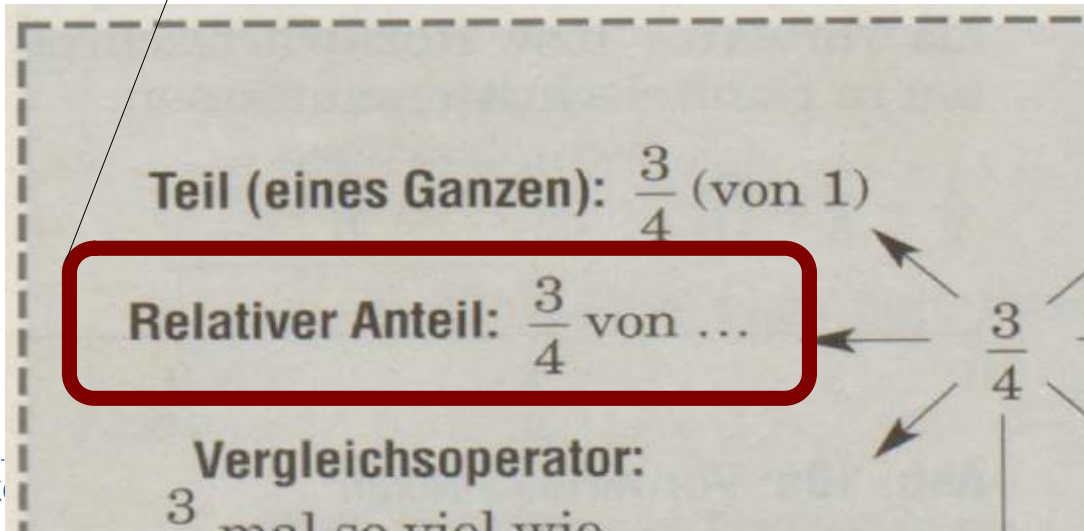




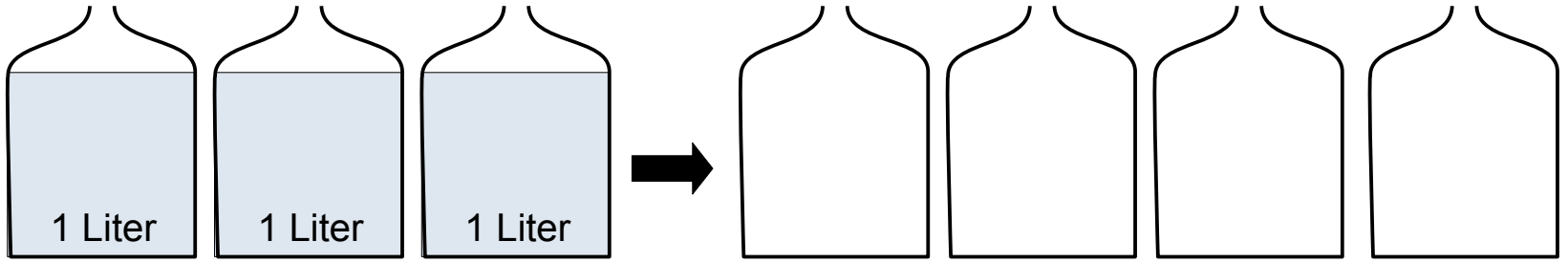
3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)

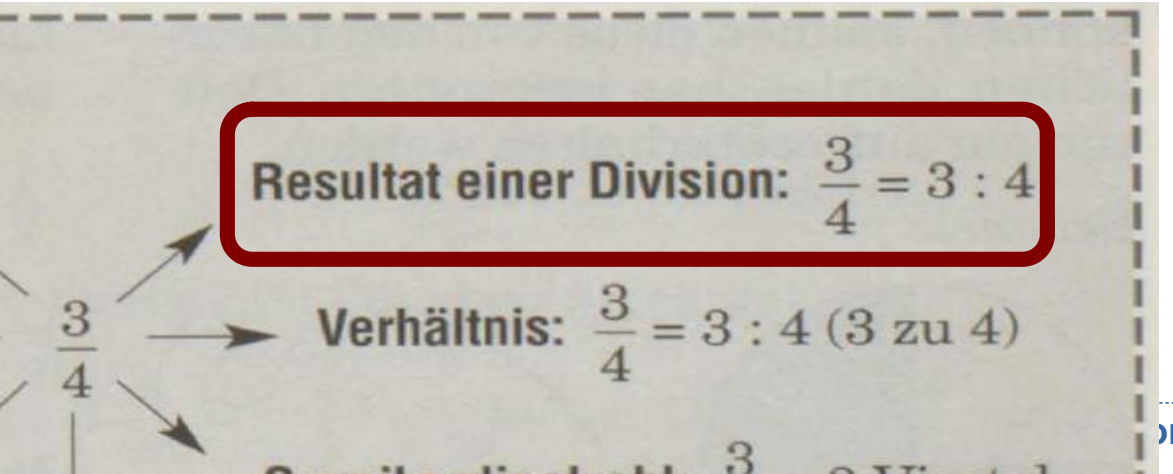


auch:
Anteil von
mehreren Ganzen
oder auch:
Anteil von
Halben, Vierteln,
drei Halben,...

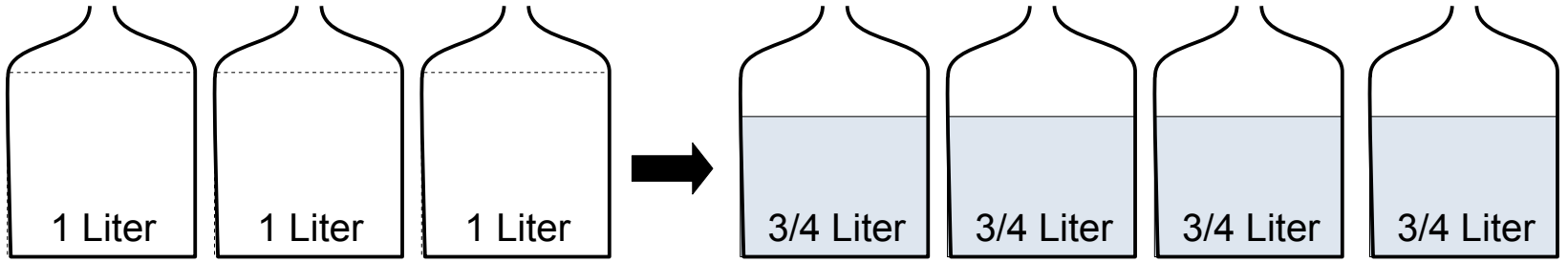


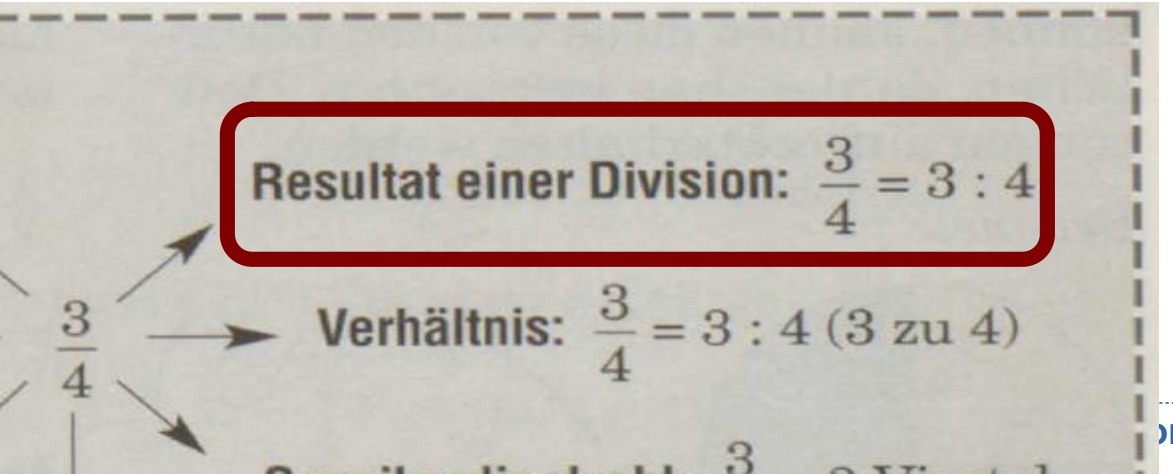
3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)



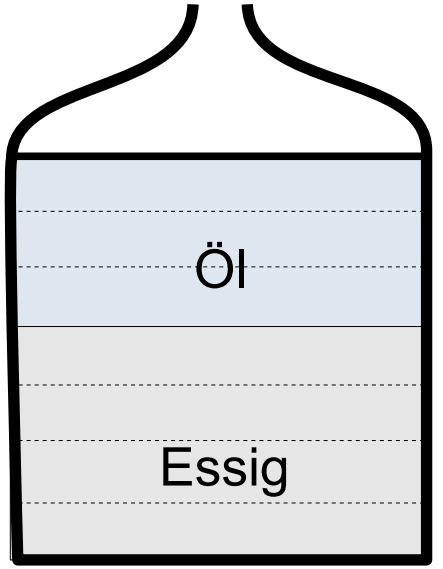


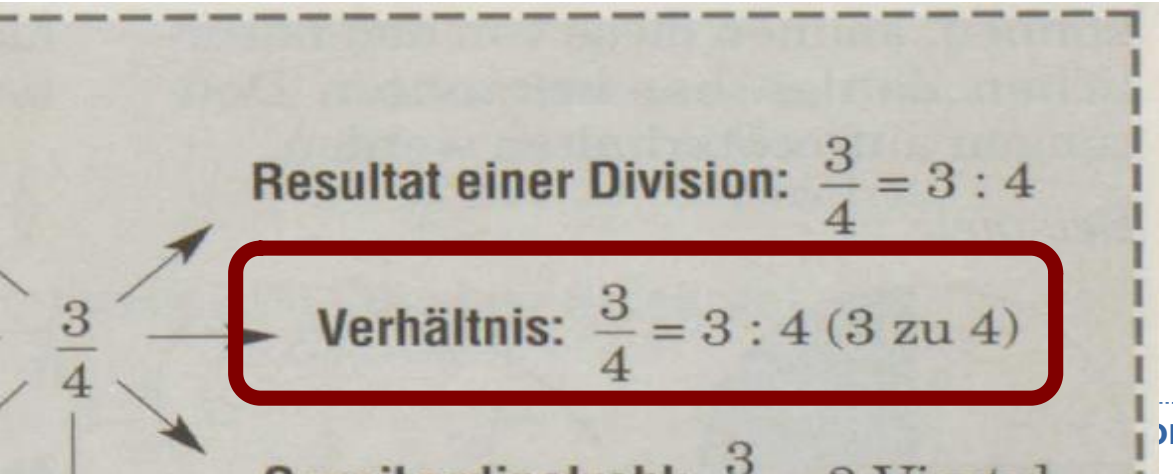
3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)



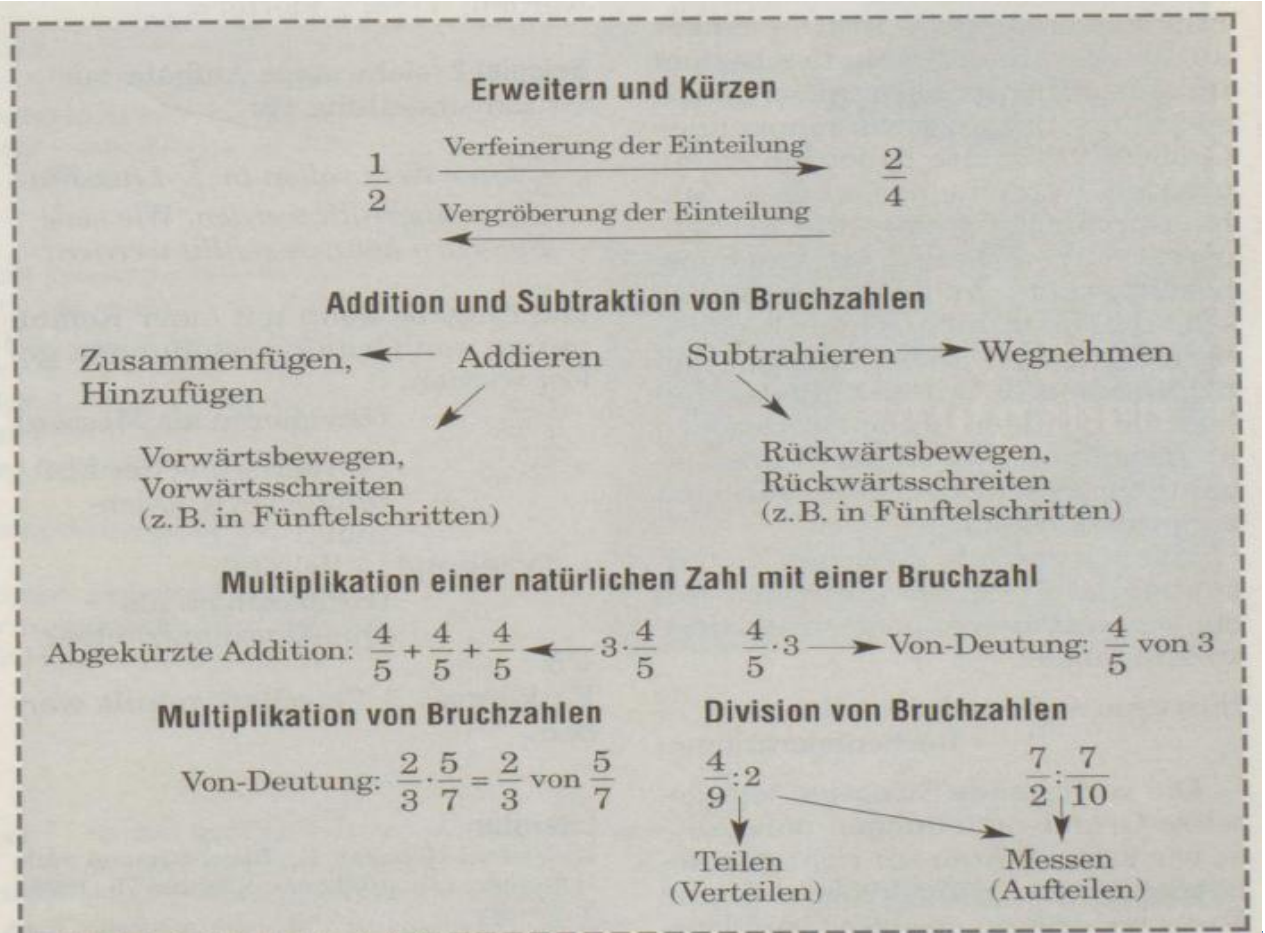


3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)



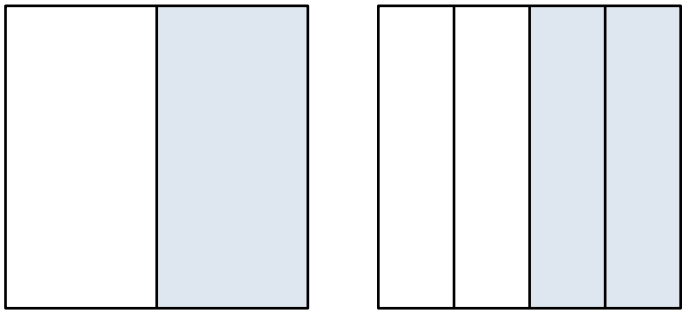


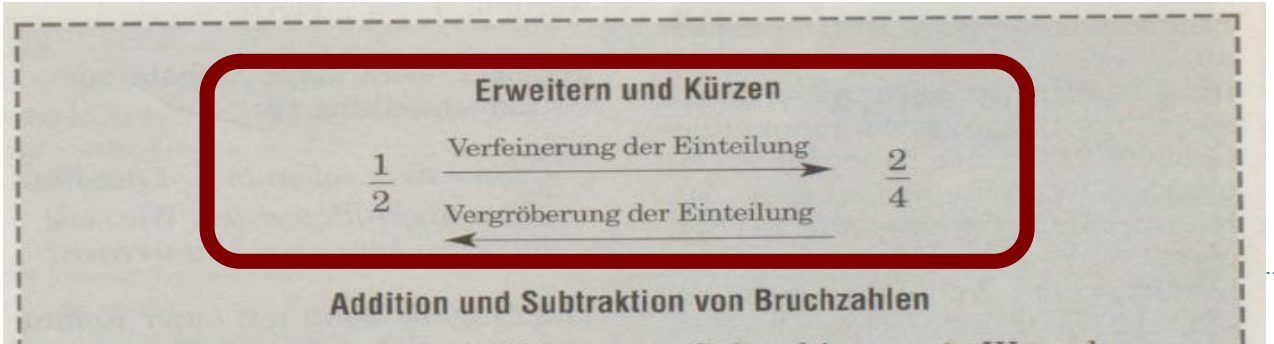
3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)



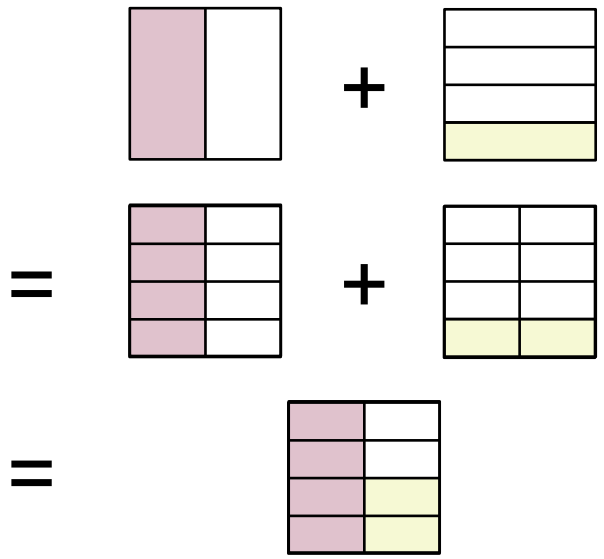
Kasten 2: Einige Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen für Bruchzahlen

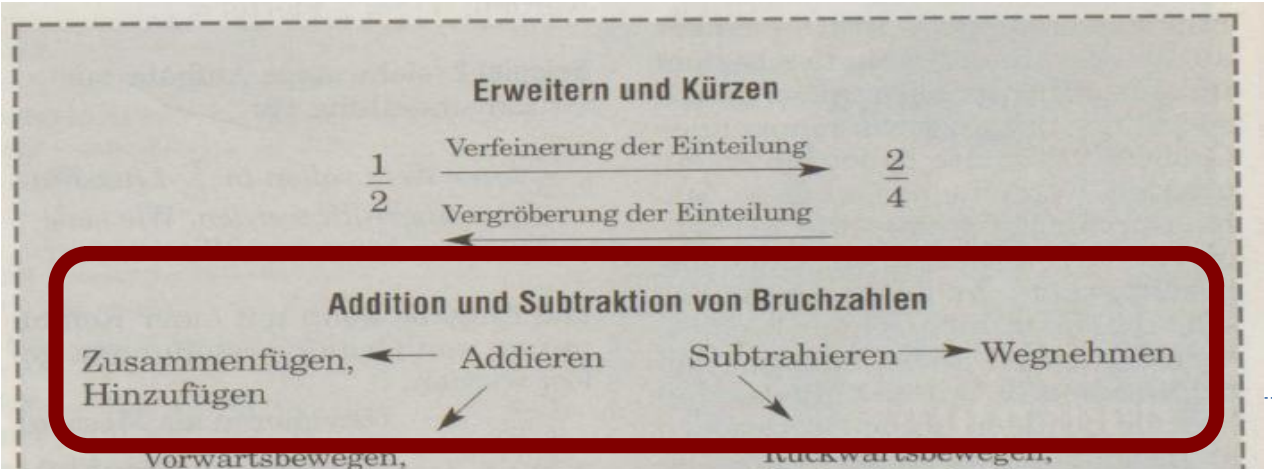
3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)





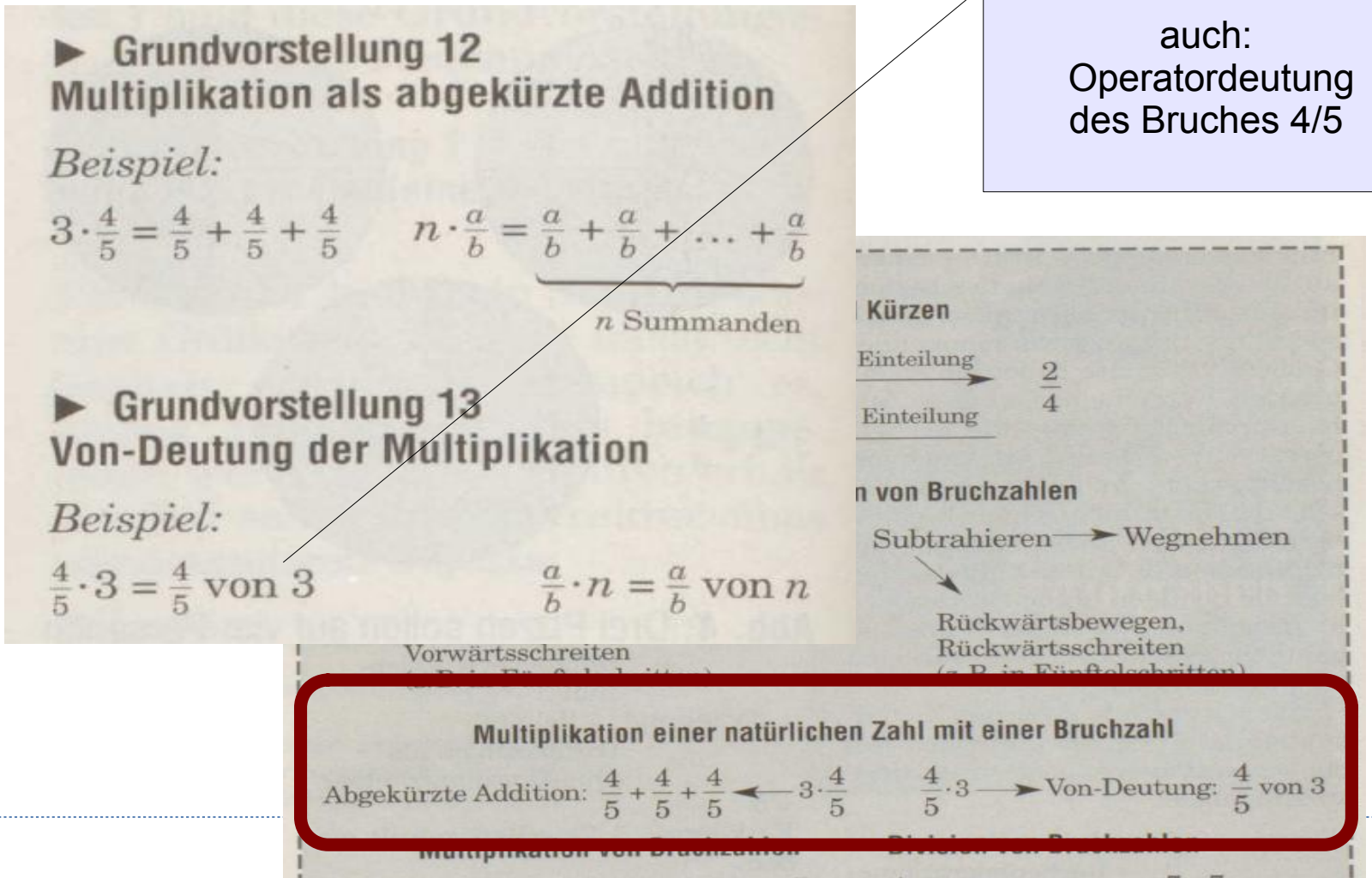
3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)





3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)

auch:
Operatordeutung
des Bruches 4/5



► **Grundvorstellung 12**
Multiplikation als abgekürzte Addition

Beispiel:

$3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5}$ $\quad n \cdot \frac{a}{b} = \underbrace{\frac{a}{b} + \frac{a}{b} + \ldots + \frac{a}{b}}_{n \text{ Summanden}}$

► **Grundvorstellung 13**
Von-Deutung der Multiplikation

Beispiel:

$\frac{4}{5} \cdot 3 = \frac{4}{5}$ von 3 $\quad \frac{a}{b} \cdot n = \frac{a}{b}$ von n

Kürzen

Einteilung → $\frac{2}{4}$

Einteilung

n von Bruchzahlen

Subtrahieren → Wegnehmen

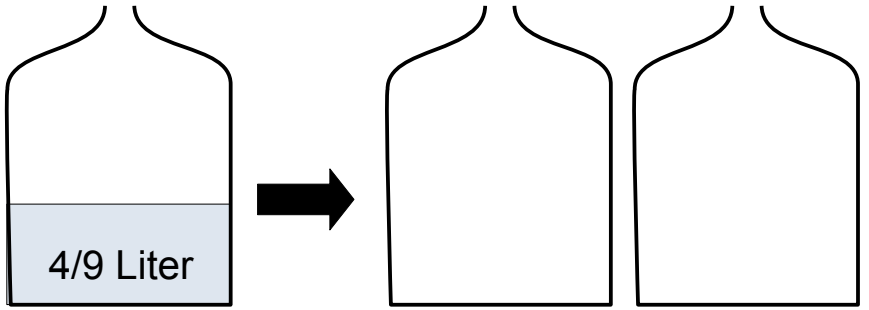
Rückwärtsbewegen,
Rückwärtsschreiten

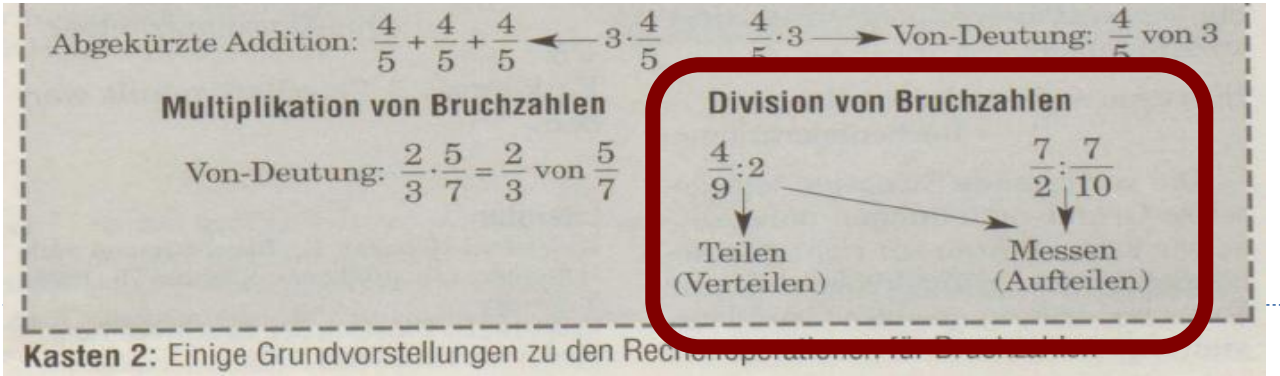
Vorwärtsschreiten

Multiplikation einer natürlichen Zahl mit einer Bruchzahl

Abgekürzte Addition: $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} \leftarrow 3 \cdot \frac{4}{5}$ $\quad \frac{4}{5} \cdot 3 \rightarrow$ Von-Deutung: $\frac{4}{5}$ von 3

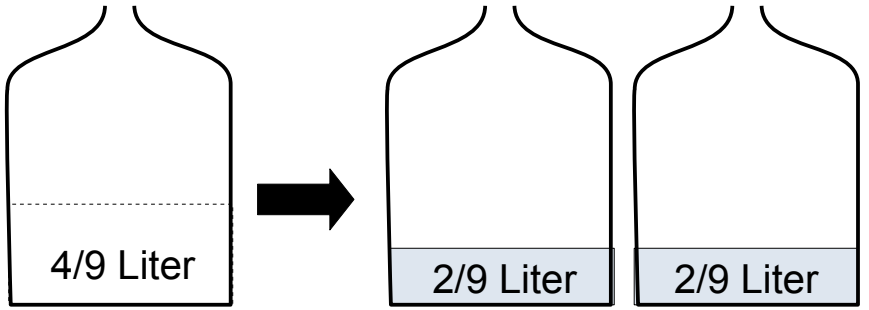
3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)

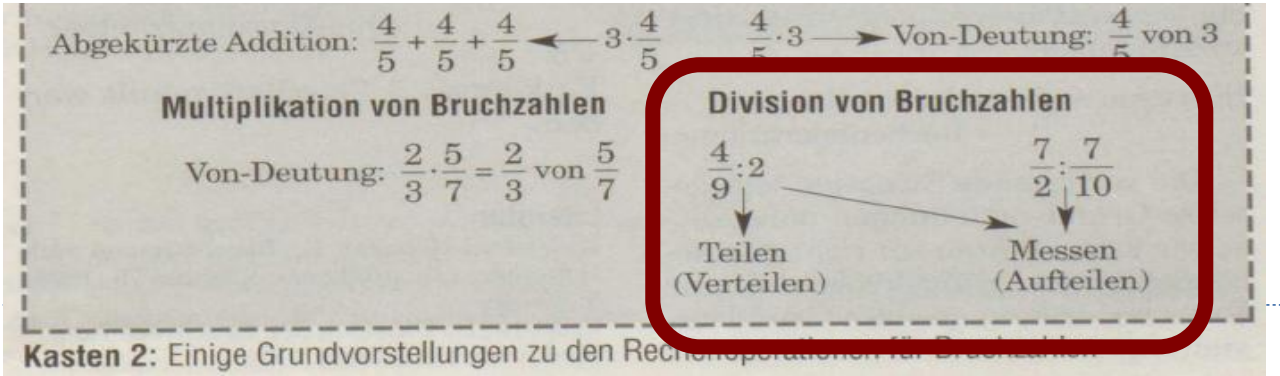




Kasten 2: Einige Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen für Bruchzahlen

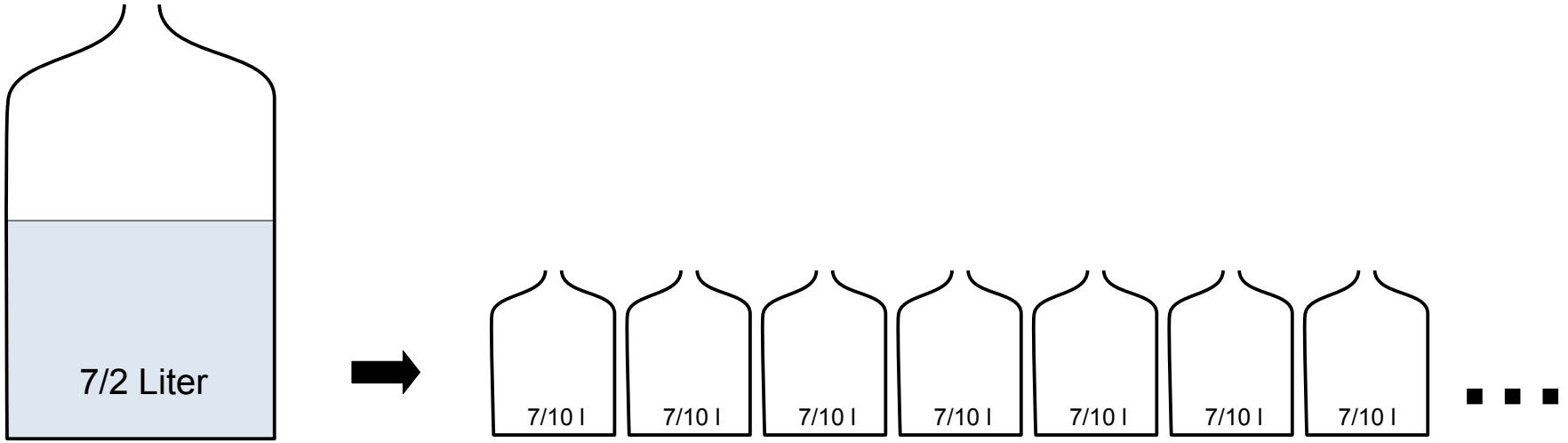
3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)





Kasten 2: Einige Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen für Bruchzahlen

3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)



Abgekürzte Addition: $\frac{4}{5}+\frac{4}{5}+\frac{4}{5} \leftarrow 3\cdot\frac{4}{5}$ $\quad \frac{4}{5}\cdot 3 \rightarrow$ Von-Deutung: $\frac{4}{5}$ von 3

Multiplikation von Bruchzahlen

Von-Deutung: $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}=\frac{2}{3}$ von $\frac{5}{7}$

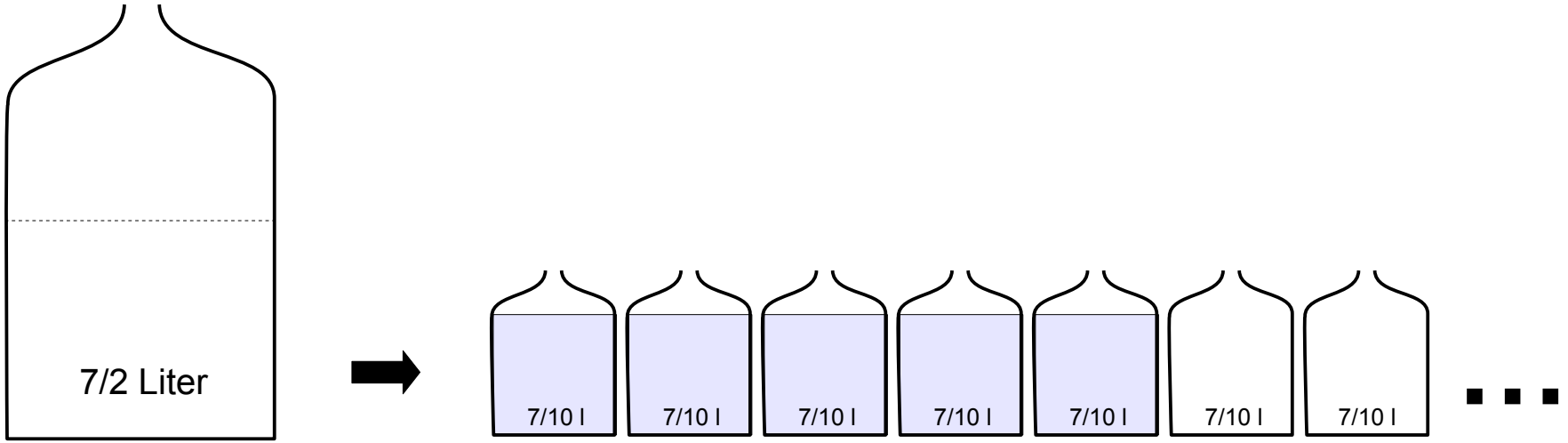
Division von Bruchzahlen

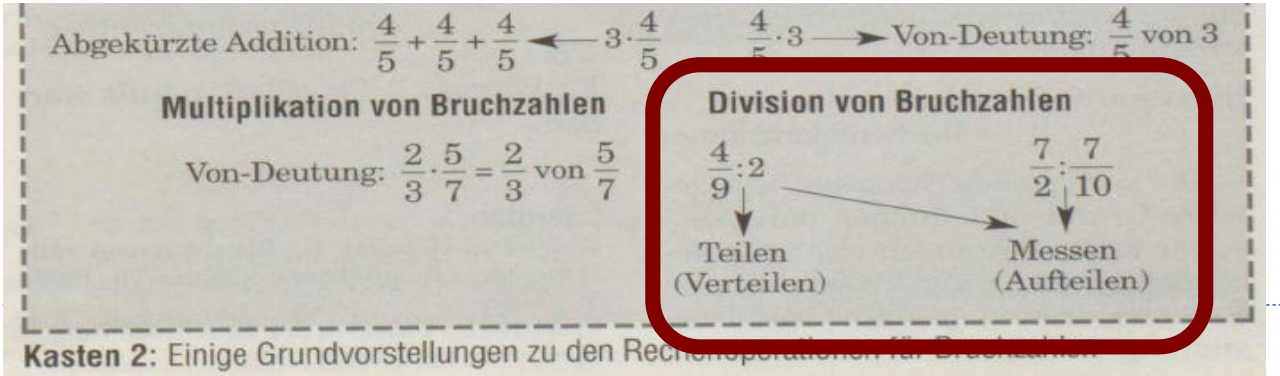
$\frac{4}{9}:2$ — Teilen (Verteilen)

$\frac{7}{2}:\frac{7}{10}$ — Messen (Aufteilen)

Kasten 2: Einige Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen für Bruchzahlen

3. Grundvorstellungen : Beispiel Bruchbegriff (Malle 2004)





Kasten 2: Einige Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen für Bruchzahlen

Grundvorstellungen (heute): Übersicht

1. Was sind Grundvorstellungen
2. Grundvorstellungen in der Sekundarstufenmathematik
3. Ausgewählte Beispiele: Grundvorstellungen von Brüchen und des Bruchrechnens
4. Grundvorstellungen im Unterricht

Grundvorstellungen im Unterricht (siehe auch Übung)

- sinnstiftende und inhaltlich korrekte
  Erklärungsmodelle und Denkschemata
  für einen mathematischen Begriff oder Verfahren
  als Grundlage für ein konzeptuelles Verstehen

- frühzeitig (bei der Einführung)
  und auch später ständig (in Übungen und Klassenarbeiten)
  mit den assoziierten Rechenverfahren
  verknüpfen, z.B.
  - Erstelle eine Textaufgabe, die zur Rechnung 2 : 1/4 passt.
  - Erkläre 2/4 = 3/6 anschaulich.

Das sollten Sie können:

- anhand von Beispielen erklären können,
  wie prozedurales und konzeptuelles Verstehen
  unterschieden werden kann
- am Beispiel des Bruchbegriffs erläutern können,
  was Grundvorstellungen sind
  (drei Grundvorstellungen reichen aus)
- den Begriff Grundvorstellung auch an
  einzelnen Verfahren der Bruchrechnung erläutern können,
- die Bedeutung von Grundvorstellungen für ein
  konzeptuelles Verstehen beschreiben

Das sollten Sie kön

- anhand von Beispielen
  wie prozedurales und k
  unterschieden werden
- am Beispiel des Bruch
  was Grundvorstellunge
  (drei Grundvorstellung
- den Begriff Grundvors
  einzelnen Verfahren d
- die Bedeutung von G
  konzeptuelles Verstel

