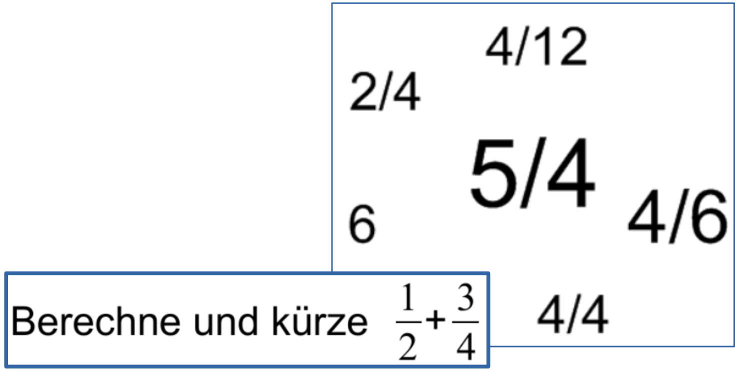
Didaktische Analyse

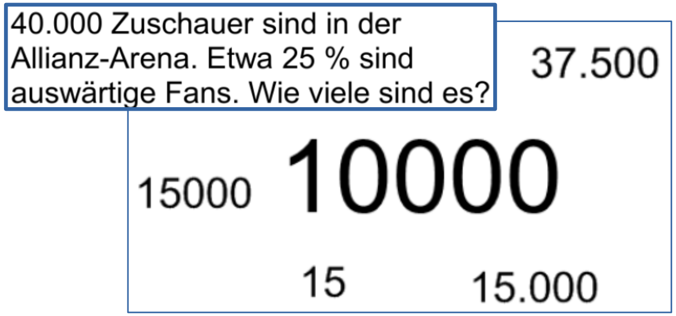
Wie können Lernende den Lerngegenstand erfassen?
Welche Fehlvorstellungen könnten sie entwickeln?
Welches Feedback ist möglich?

Fehler als Lernchance

- „ein ‚Fehler' ist ein
  von einer Norm abweichender
  Sachverhalt oder Prozess,
  der es überhaupt erst ermöglicht,
  den diesem Sachverhalt oder Prozess
  entgegengesetzten richtigen
  normbezogenen Sachverhalt
  in seinen Abgrenzungen zu erkennen"
  (Oser und Hascher, 1996, S. 4).

- Man unterscheide zwischen
  zufälligen, sich wiederholenden und
  systematischen Fehlern





systematische Fehler als Indiz für “misslungenen conceptual change”

- ein conceptual change erfordert das Überwinden einer Denkhürde,
  die sich als Diskrepanz zwischen Gewohntem und Neuem ergibt

„Katharina hatte im Rahmen einer Hausaufgabe unter ordnungsgemäßer Anwendung der Bruchrechenregeln die Zahl 2 durch 1⁄4 dividiert und kam dann zu mir, weil sie sich über die 8 als Ergebnis wunderte.“

Heymann (1998)

fachdidaktische Perspektive:

Wenn die “gewohnten Denkweisen” nicht mehr passen, dann haben sie schon vorher nicht gepasst.

Denn offensichtlich erfassen sie den Lerngegenstand nicht in seiner ganzen mathematische Bedeutungsbreite.

Feedback

Adressieren

Adaptieren

Aktivieren

Adressieren

von

- für die Aufgabenbearbeitung notwendige Prozeduren

zu

- den Verstehensgrundlagen für diese und ähnliche Aufgaben

Adressieren : Bearbeitungsschritte ⬄ Verstehensgrundlagen

Berechne:

$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} =$ 4/10

Falsch, leider!

Du hast einen gemeinsamen Nenner für beide Brüche gefunden - gut so!
Aber du hast nicht richtig erweitert! (Vergiss die Zähler nicht...)

Adressieren : Bearbeitungsschritte ⬄ Verstehensgrundlagen

$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

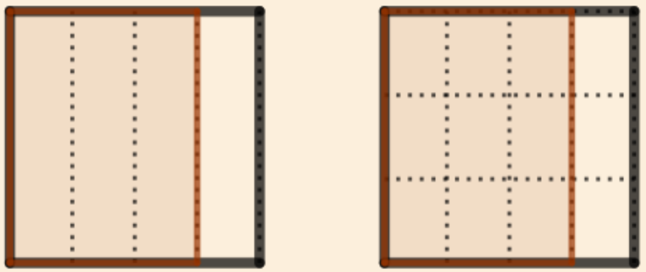
weil:

$\frac{3}{4}$ wurde erweitert

und zwar mit der Zahl 3.

Prima!

Denn - wie du selbst sehen kannst:



$$\frac{3}{4} \underset{\cdot 3}{\overset{\cdot 3}{=}} \frac{9}{12}$$

vom Hofe & Blum (2016): “Grundvorstellungen” as a Category of Subject-Matter Didactics ∘ Prediger (2008): Discontinuities for mental models

Adaptieren

von

- dasselbe Feedback
  für jede Antwort

zu

- spezifisches Feedback
  für jede Antwortkategorie

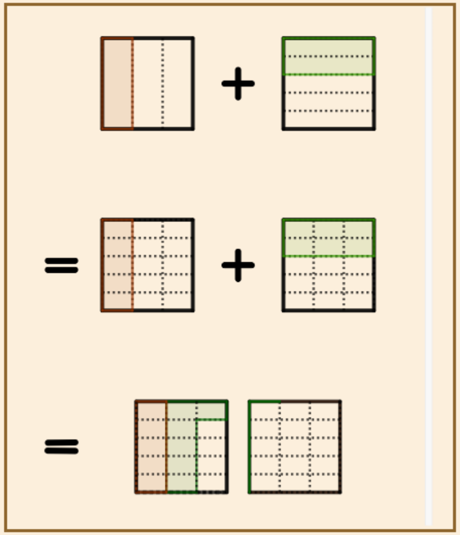
Adaptieren : einheitlich ⬄ differenzierend

Berechne:

$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} =$ 4/10

So geht's:

Die Veranschaulichung hilft, die Rechnung zu verstehen:



$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

$$= \frac{5}{15} + \frac{6}{15}$$

$$= \frac{11}{15}$$

Und kürze den Bruch,
falls nötig.

vom Hofe & Blum (2016): “Grundvorstellungen” as a Category of Subject-Matter Didactics ∘ Prediger (2008): Discontinuities for mental models

Adaptieren : einheitlich ⬄ differenzierend

Gib einen quadratischen Term an
der genau die zwei Nullstellen -5 und -3 hat.

$f(x) =$ (x-5)(x-3)

Fast richtig, aber nicht ganz!

Du scheinst zu wissen was du tust.
Schaue dir deine Antwort nochmal genau an...

Aktivieren

vom

- Informieren über
  (Teile) notwendigen Wissens

zum

- Initiieren einer
  selbsttätigen (Re)Konstruktion
  von Wissen

Aktivieren : rezeptiv ⇔ aktiv

Du kannst dich sicherlich an die binomischen Formeln erinnern:

$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$
$(a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2$

Jetzt faktorisiere du den Term $27 \cdot p^2 + 36 \cdot p \cdot q + 12 \cdot q^2$ indem du eine der drei Formeln verwendest.

Hier kannst du deine Umformungen notieren:

```
27*p^2 + 36*p*q + 12*q^2
=(27*p + 12*q)^2
```

Schreibe deine Lösung hier:

```
(27*p + 12*q)^2
```

So geht's

Hier ist noch einmal der Term::

$27 \cdot p^2 + 36 \cdot p \cdot q + 12 \cdot q^2$

Als Erstes musst du zwei Quadratzahlen finden.
Du findest sie, sobald du die Zahl 3 ausklammerst:

$= 3 \cdot (9 \cdot p^2 + 12 \cdot p \cdot q + 4 \cdot q^2)$

Jetzt kann man die Quadratzahlen in der Klammer erkennen: 9 und 4

Als Zweites, wähle aus den drei binomischen Formeln oben diejenige die denselben Aufbau hat wie der Term:

$9 \cdot p^2 + 12 \cdot p \cdot q + 4 \cdot q^2$
passt zu
$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

Als Drittes, finde in beiden Termen die zueinander passenden Teilterme:

a^2 passt zu $9 \cdot p^2$, also $a = 3 \cdot p$, und
b^2 passt zu $4 \cdot q^2$, also $b = 2 \cdot q$

Und prüfe auch noch, ob $2 \cdot a \cdot b$zu $12 \cdot p \cdot q$ passt:
$2 \cdot 3 \cdot p \cdot 2 \cdot q = 12 \cdot p \cdot q$,
was also der Fall ist.

Als Viertes, ersetze die Werte für a und b in $(a+b)^2$.
Und vergiss nicht den ausgeklammerten Faktor aus dem ersten Schritt wenn du die Lösung aufschreibst:

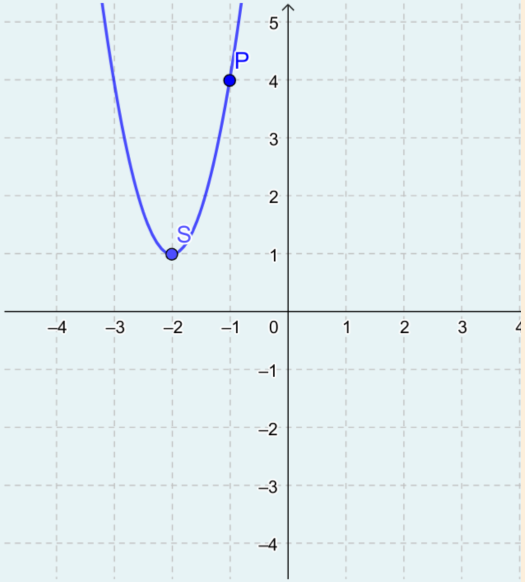
$= 3 \cdot (3 \cdot p + 2 \cdot q)^2$

Versuche es gleich noch einmal!

Hoch & Dreyfus (2005): Students' Difficulties with Applying a Familiar Formula in an Unfamiliar Context ∘ Kieran (1989): The early learning of algebra: a structural perspective.

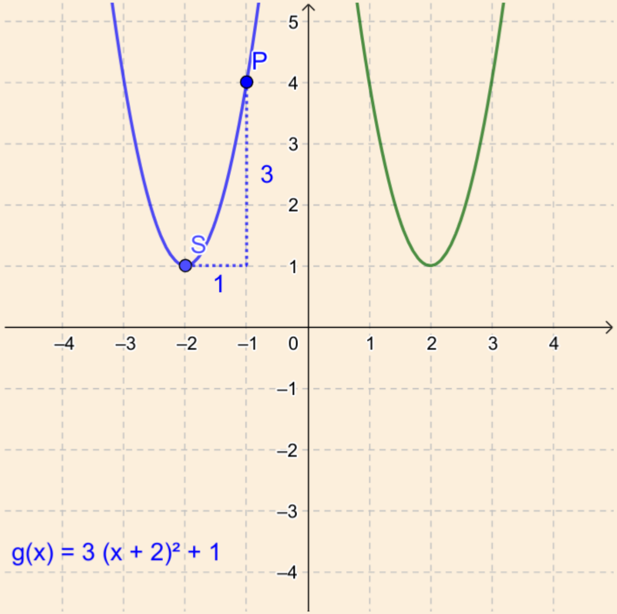
Aktivieren : rezeptiv ⬄ aktiv

Verschiebe die Punkte S und P so, dass der Graph zur Funktion
$f(x) = 3 \cdot (x - 2)^2 + 1.$
passt.



Leider falsch

Der grüne Graph wäre richtig:



Warum?

Das findest du selbst heraus:

Bewege deinen blauen auf den grünen Graphen und beobachte genau, wie der Term sich ändert.