

Lernschwierigkeiten Algebra

Diagnose

Übersicht

- “Diagnose”
- Gegenstände
- Formen
- Beispiele
Algebra

Diagnose

“Diagnose ist die kriterienorientierte systematische Erfassung und Beschreibung der Ressourcen und Defizite eines Lerners mit dem Ziel einer möglichst individuellen und fachlich orientierten Förderung des Lernens.”
(Meyer, 2010)

Funktionen

1. Selektion und Qualifikation:
Sitzenbleiben, Hochschulzugangsberechtigung, ...
2. Bewertung:
Klassenarbeiten, Zeugnisse, ...
3. Didaktische Funktion:
Lernvoraussetzungen, Lernstand, ...
4. Förderfunktion:
Besondere Lernbedürfnisse

Gegenstände

1. Vorhandene Fähigkeiten und Fertigkeiten
2. Fehler und Fehlkonzepte

- konzeptuelles und prozedurales Wissen
Grundvorstellungen, repräsentationale und operationale Flexibilität (cf. WiGORA)
- instrumentelles und relationales Verstehen
Knowing how and knowing why
- Kompetenzen
inhalts- und prozessbezogen

Gegenstände

1. Vorhandene Fähigkeiten und Fertigkeiten
2. Fehler und Fehlkonzepte

- nichtsystematische Fehler:
“unsystematic errors are unintended, non-recurring wrong answers which learners can readily correct by themselves.”
- systematische Fehler:
“systematic errors [...] are recurrent wrong responses methodically constructed and produced across space and time.”
- Fehlkonzepte:
“misconceptions are intuitively sensible to learners and can be resilient to instruction designed to correct them.”

(Luneta & Makonye, 2010)

Formen

- Standardisierte Testverfahren
- Diagnostische Gespräche
- für jeden Lernenden dieselben Fragen (Prüfungen, Klassenarbeiten, IQ-Tests, ...)
- den individuellen Fähigkeiten angepasst: Diagnostisches Gespräch...

Diagnostisches Gespräch

I: 43 - 37

A: ... *ist Null*

I: Wie hast du das gerechnet?

A: *40 minus 30 ist 10. 10 minus 3 ist 7. Und 7 minus 7 ist 0. ... Das kann nicht stimmen.*

I: Kannst du die Aufgabe legen? (Es stehen Zehnerstangen und Einerwürfel zur Verfügung.)

A: *(Beide Zahlen werden mit dem Material korrekt dargestellt, eine Handlung ist nicht möglich.)*

I: Lass jetzt mal die Aufgabe. Du weißt ganz sicher die Lösung von 5 - 3.

A: 2

I: Erzähl doch mal zu der Aufgabe eine Geschichte.

A: ...

I: Eine Geschichte ist wie eine Textaufgabe, die zu der Aufgabe passt. Also zu der Aufgabe $4 + 3$ kann ich z.B. erzählen: In meinem Bücherregal stehen schon 4 Bücher, ich stelle noch 3 Bücher dazu. Wie viele Bücher stehen da jetzt?

Kannst du jetzt mal versuchen, zu $5 - 3$ eine Geschichte zu erzählen?

A: *Ich gehe einkaufen und habe 5 DM. ... Da treffe ich einen Freund, der möchte auch einkaufen....*

Ich gebe ihm 3 DM ab.

I: Schön. Und nun erzähl noch eine Geschichte zu 43 - 37.

A: *An einem Baum hängen 43 Äpfel. 37 Äpfel werden abgepflückt.*

I: Das ist auch eine schöne Geschichte. Kannst du das, was du erzählt hast, mal mit dem Material legen?

A: *(A. legt 4 Zehner Stangen und 3 Würfel, sie nimmt 3 Stangen weg) minus 30 sind 13 ... und noch minus 7 sind 6.*

Diagnostisches

I: 43 - 37

A: ... ist Null

I: Wie hast du das gerechnet?

A: 40 minus 30 ist 10. 10 minus 3 ist 0. ... Das kann nicht stimmen.

I: Kannst du die Aufgabe legen? (Es sind 3 Zehnerstangen und Einerwürfel zur Verfügung.)

A: (Beide Zahlen werden mit dem Material dargestellt, eine Handlung ist nicht möglich.)

I: Lass jetzt mal die Aufgabe. Du weißt die Lösung von 5 - 3.

A: 2

I: Erzähl doch mal zu der Aufgabe ein bisschen.

A: ...

Ausgehend von
einer Aufgabe
ermitteln,

worin die Ursachen
für Schwierigkeiten liegen,

und zwar durch

- * Ansprechen von Grundvorstellungen
- * Kontextwechsel
- * Repräsentationswechsel
- * Vorlegen von Arbeitsmaterial
- * ...

aufgabe, die zu der Aufgabe
kann ich z.B. erzählen: In meinem
Kontext, ich stelle noch 3 Bücher dazu.

- 3 eine Geschichte zu

M. ... Da treffe ich einen
...
...

Geschichte zu 43 - 37.

37 Äpfel werden abgepflückt.

z.B. Kannst du das, was du
erzählst?

Äpfel, sie nimmt 3 Stangen
ab und minus 7 sind 6.

Übersicht

- “Diagnose”
- Gegenstände
- Formen
- Beispiele
Algebra

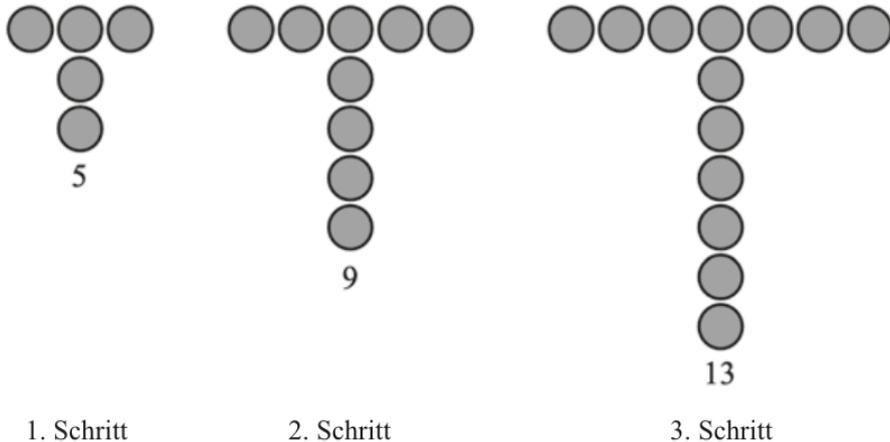
Beispiele Algebra

- Muster und Strukturen
- Symbol Sense
- Structure Sense
- Relational Thinking

Vorgehen

1. Identifiziere Verstehensgrundlagen
2. Recherchiere Systematische Fehler und Fehlkonzeptionen

Muster und Strukturen



- Generische Analyse eines Elements

Wie sieht das Muster im 4. Schritt in der Musterfolge aus? Wie viele Plättchen benötigst du, um es zu legen?

- Verallgemeinern an der Folge der Elemente

Wie kommt man immer von einem Muster zum nächsten?

(Küchemann, 2010, cf. Weigand et al., 2022, S.46ff.)

Symbol Sense

Grundvorstellungen von Variablen

- unbekannte, nicht näher bestimmte Zahl
- Platzhalter für Zahlen
- bedeutungsloses Zeichen

- Gegenstandsaspekt grundlegend für alle weiteren (Malle, 2010)

deshalb hier mit typischer Fehlkonzeption fokussiert:

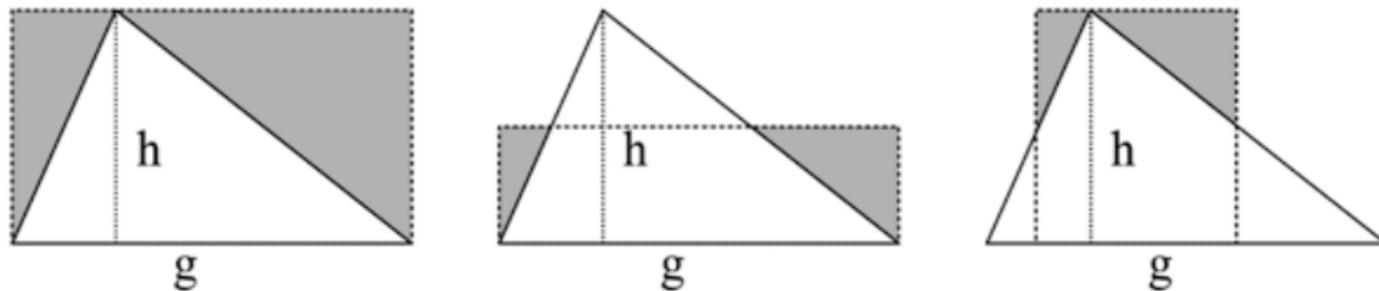
- Objekt-Zahl-Verwechslung:
 - fruit salad algebra
 - Umkehrfehler

Structure Sense

Grundvorstellungen
von Termen

- Modell
- Bauplan

Der Term wird als Modell für eine
inner- oder außermathematische Strukturierung
von Zusammenhängen zwischen Zahlen bzw.
Größen verstanden



$$A = \frac{g \cdot h}{2} \text{ oder } A = g \cdot \frac{h}{2} \text{ oder } A = \frac{g}{2} \cdot h.$$

Structure Sense

Grundvorstellungen von Termen

- Modell
- Bauplan

Der Term wird als strukturierte Darstellung einer Folge von Rechenoperationen verstanden

Ein Term passt zum Rechenbaum.

$(98 - (20 - 4 \cdot 3)) : (10 - 1)$

$(98 - 8) : (10 - 1) = 10$

The diagram illustrates the evaluation of the expression $(98 - (20 - 4 \cdot 3)) : (10 - 1)$. It shows a partial tree structure on the left with nodes 3, 6, 20, and a minus sign, which is connected to a larger tree structure. The larger tree structure shows the expression $(98 - (20 - 4 \cdot 3)) : (10 - 1)$ with red brackets indicating the order of operations: first $4 \cdot 3 = 12$, then $20 - 12 = 8$, then $98 - 8 = 90$, then $10 - 1 = 9$, and finally $90 : 9 = 10$.

Relational Thinking

Grundvorstellungen des Gleichheitszeichens

- Ergebniszeichen
- Beziehungszeichen
- Definitionszeichen

$$T_1 = T_2$$

wird verstanden als
 T_2 ist das Ergebnis der Aufgabe T_1

$$3x + 4x = 7x$$

“ $3x$ und $4x$ sollen addiert werden,
und $7x$ ist das Ergebnis”

Was bedeutet dann aber
diese Gleichung?”

$$3x - 5 = 4x + 7$$

Relational Thinking

Grundvorstellungen des Gleichheitszeichens

- Ergebniszeichen
- Beziehungszeichen
- Definitionszeichen

$$T_1 = T_2$$

wird verstanden als
 T_1 und T_2 sind gleichwertig

..., weil

- sie durch Umformung auseinander hervorgehen,
- sie dieselbe Situation modellieren,
- sie bei Einsetzen derselben Variablenwerte denselben Termwert annehmen.

(Prediger, 2009)

Relational Thinking

Grundvorstellungen des Gleichheitszeichens

- Ergebniszeichen
- Beziehungszeichen
- Definitionszeichen

$$T_1 = T_2$$

wird verstanden als
 T_1 wird durch T_2 festgelegt

$$f(x) = 0$$

meint,
dass die Funktion f gleich Null
gesetzt wird?

Nein...

Übersicht

- “Diagnose”
- Gegenstände
- Formen
- Beispiele
Algebra

Vorgehen

1. Identifiziere
Verstehensgrundlagen
2. Recherchiere
Systematische Fehler und
Fehlkonzeptionen
3. Formuliere drei Aufgaben
und entwerfe standardisierten Test
oder diagnostisches Interview