Promt: Kannst du anhand dieser Vorlage eine didaktische Analyse schreiben? Gehe dabei auf die Kriterien der Unterrichtsplanung von Pinkernell ein und fasse das Wesentliche zusammen. Der Umfang soll ungefähr eine Wordseite betragen.

1. Sachanalyse

Gegenstand der Unterrichtsstunde ist die Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken und Quadraten. Der fachliche Schwerpunkt liegt dabei auf der Herleitung der Flächeninhaltsformel für ein Rechteck sowie auf der Betrachtung des Quadrats als Sonderfall des Rechtecks. Grundlage dafür ist die Vorstellung, dass die Größe einer Fläche durch das Auslegen mit gleich großen Einheitsquadraten bestimmt werden kann. In der Unterrichtsplanung ist dementsprechend vorgesehen, dass die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass eine Fläche durch Einheitsquadrate gemessen wird, die regelmäßige Anordnung dieser Quadrate in Reihen und Spalten erfassen und daraus die Formel zur Berechnung des Flächeninhalts entwickeln.

Der Flächeninhalt beschreibt die Größe einer ebenen Fläche. Um verschiedene Flächen miteinander vergleichen und ihre Größe eindeutig angeben zu können, wird eine festgelegte Flächeneinheit verwendet. Ein Einheitsquadrat mit einer Seitenlänge von 1 cm besitzt beispielsweise einen Flächeninhalt von 1 cm^2. Der Flächeninhalt einer Figur gibt somit an, wie viele dieser Einheitsquadrate benötigt werden, um die Fläche vollständig, lückenlos und ohne Überlappung auszulegen.

Bei einem Rechteck sind die Einheitsquadrate regelmäßig in Reihen und Spalten angeordnet. Besitzt ein Rechteck beispielsweise eine Länge von 6 cm und eine Breite von 3 cm, können drei Reihen mit jeweils sechs Einheitsquadraten gebildet werden. Der Flächeninhalt beträgt dementsprechend 18 cm^2. Anstatt jedes der 18 Einheitsquadrate einzeln abzuzählen, kann die Anzahl über die Multiplikation

$$A = 6 \cdot 3 = 18\ cm^2$$

bestimmt werden. Die Multiplikation stellt somit eine verkürzte Beschreibung der regelmäßigen Reihen-Spalten-Struktur dar. Aus dieser Struktur ergibt sich allgemein für ein Rechteck mit den Seitenlängen a und b die Flächeninhaltsformel

$$A = a \cdot b.$$

Diese Herleitung ist auch im geplanten Unterrichtsverlauf vorgesehen: Zunächst sollen die Schülerinnen und Schüler die Struktur aus Reihen und Spalten erkennen, bevor die Multiplikation als Abkürzung des Zählvorgangs und schließlich die allgemeine Formel eingeführt wird.

Das Quadrat ist ein Sonderfall des Rechtecks. Bei einem Quadrat besitzen beide Seitenlängen dieselbe Länge, sodass für a und b derselbe Wert eingesetzt wird. Aus der allgemeinen Rechtecksformel

$$A = a \cdot b$$

wird deshalb

$A = a \cdot a = a^2$.

Die Formel $A = a^2$ stellt somit keine unabhängig zu lernende Regel dar, sondern lässt sich unmittelbar aus der Flächeninhaltsformel des Rechtecks ableiten. Auch dieser Zusammenhang ist Bestandteil der geplanten Formelentwicklung.

Fachlich wichtig ist außerdem die Unterscheidung zwischen Flächeninhalt und Umfang. Der Flächeninhalt beschreibt die Größe der bedeckten Fläche und wird in Flächeneinheiten wie cm^2 angegeben. Der Umfang beschreibt hingegen die Länge des Randes einer Figur und wird in Längeneinheiten wie cm angegeben. Gleicher Flächeninhalt bedeutet daher nicht automatisch gleiche Form oder gleichen Umfang. So können beispielsweise verschiedene Rechtecke denselben Flächeninhalt besitzen, obwohl sich ihre Seitenlängen unterscheiden. Dieser Zusammenhang wird in der Stunde durch die Aufgabe aufgegriffen, unterschiedliche Rechtecke mit gleichem Flächeninhalt zu finden.

Der fachliche Kern der Stunde besteht somit darin, den Flächeninhalt zunächst als Anzahl gleich großer Einheitsquadrate zu verstehen und daraus über die regelmäßige Anordnung in Reihen und Spalten die allgemeine Formel $A = a \cdot b$ herzuleiten. Das Quadrat wird anschließend als Sonderfall des Rechtecks mit $A = a^2$ eingeordnet. Diese Zusammenhänge bilden die fachliche Grundlage für die weitere Anwendung der Flächenberechnung.

2. Didaktische Analyse

Das Thema der Unterrichtsstunde lautet „Wie viele Quadrate passen hinein?“ und verfolgt das Ziel, die Formel zur Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken und Quadraten verständnisorientiert zu entwickeln. Nach Pinkernell soll in der didaktischen Analyse insbesondere begründet werden, welcher der möglichen Zugänge zum Lerngegenstand gewählt wird, welche Lösungsansätze, Fragen und Schwierigkeiten der Lernenden zu erwarten sind und wie mit diesen im Unterricht umgegangen werden soll. Unterrichtsplanung UE Der Schwerpunkt der Stunde liegt deshalb nicht auf dem bloßen Vermitteln der Formel $A = a \cdot b$, sondern auf deren nachvollziehbarer Herleitung aus der Grundvorstellung des Flächenmessens mit Einheitsquadraten.

Als zentraler Zugang wird ein anschaulicher und handlungsorientierter Weg gewählt. Die Schülerinnen und Schüler beschäftigen sich zunächst mit Rechtecken, die in gleich große Quadrate unterteilt sind. Dadurch können sie an die bereits bekannte Vorstellung anknüpfen, dass eine Fläche durch das Auslegen mit Einheitsquadraten gemessen werden kann. Dieser Zugang ermöglicht es, die spätere Formel aus einer konkreten Vorstellung heraus zu entwickeln, anstatt sie als fertige Rechenregel vorzugeben. Pinkernell nennt Grundvorstellungen und handlungsbasierte Zugänge ausdrücklich als mögliche didaktische Zugänge zum Lerngegenstand. Unterrichtsplanung UE

Bei der Bearbeitung der Rechtecke sind unterschiedliche Lösungswege zu erwarten. Einige Schülerinnen und Schüler werden zunächst jedes Einheitsquadrat einzeln abzählen. Andere könnten die Quadrate bereits zeilenweise zusammenfassen, beispielsweise durch eine wiederholte Addition wie $6 + 6 + 6$. Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler erkennen möglicherweise unmittelbar die Anordnung in drei Reihen mit jeweils sechs Quadraten und verwenden die Multiplikation $3 \cdot 6$. Diese unterschiedlichen Lösungswege sollen im Unterricht nicht lediglich als richtig oder falsch bewertet, sondern miteinander verglichen werden. Dadurch kann herausgearbeitet werden, dass die Multiplikation eine effizientere Beschreibung

der Reihen-Spalten-Struktur darstellt. Die im Unterricht vorgesehene Leitfrage „Muss man jedes Quadrat zählen?“ unterstützt diesen Erkenntnisprozess gezielt.

Eine mögliche Schwierigkeit besteht darin, dass die Schülerinnen und Schüler die Formel $A = a \cdot b$ zwar anwenden können, ohne deren Bedeutung verstanden zu haben. Dem wird dadurch begegnet, dass die symbolische Formel erst eingeführt wird, nachdem die zugrunde liegende Struktur handelnd und bildlich erarbeitet wurde. Die Formel entsteht somit aus der vorherigen Auseinandersetzung mit Reihen und Spalten und stellt eine Verdichtung der gewonnenen Erkenntnisse dar.

Eine weitere typische Schwierigkeit besteht in der Verwechslung von Flächeninhalt und Umfang. Schülerinnen und Schüler könnten beispielsweise Seitenlängen addieren, obwohl der Flächeninhalt gesucht ist. In einem solchen Fall soll auf die jeweiligen Grundvorstellungen zurückgeführt werden: Der Umfang beschreibt den Rand einer Figur, während der Flächeninhalt angibt, wie viele Einheitsquadrate die Fläche bedecken. Die geplante Gegenüberstellung „Umfang ≠ Fläche“ unterstützt diese begriffliche Trennung.

Die Anwendung der Formel auf reale Flächen im Klassenzimmer stellt anschließend einen Transfer der gewonnenen Erkenntnisse dar. Die Schülerinnen und Schüler erfahren dadurch, dass die entwickelte Formel nicht nur für vorgegebene Figuren im Schulbuch gilt, sondern zur Bestimmung realer Flächen genutzt werden kann. Strukturskizze_Götz Lisa Die abschließende Suche nach unterschiedlichen Rechtecken mit gleichem Flächeninhalt vertieft zudem die Einsicht, dass gleicher Flächeninhalt nicht mit gleicher Form gleichzusetzen ist. Insgesamt führt der gewählte Zugang damit vom konkreten Auslegen und Abzählen über das Erkennen mathematischer Strukturen bis hin zur symbolischen Formel. Die didaktische Planung berücksichtigt somit sowohl verschiedene erwartbare Lösungswege als auch mögliche Schwierigkeiten und sieht gezielte Impulse vor, um die Schülerinnen und Schüler zu einem tragfähigen Verständnis des Flächeninhalts zu führen.