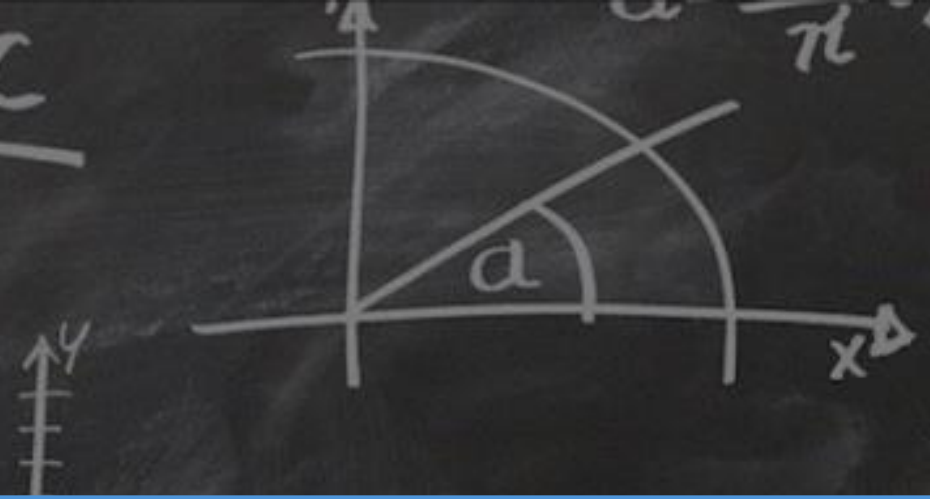


$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Variablen als Unbekannte

Von Leonardo Gärtner, Marek Gajarsky, Emily Pakrac & Louis Scheuermann



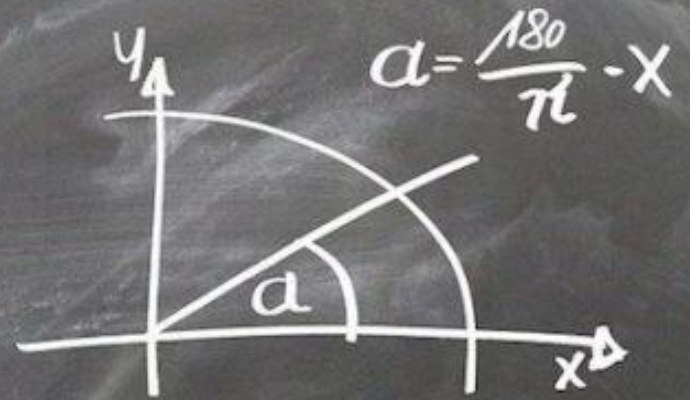
$$x + a = b$$
$$f(x) = \tan x$$

$$f(x) = \sin x$$

Gliederung

- Variablen vor der Sekundarstufe
- 3 Grundvorstellungen von Variablen
- Grundvorstellung von Variablen als Unbekannte
- Typische Fehler
- Diagnostisches Gespräch
- Quellen

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x^2 + px + q = 0$$



$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$



$$\begin{aligned} x &= 6 - 2y \\ x + a &= b \\ f(x) &= \tan x \end{aligned}$$

$$f(x) = \sin x$$

Wo kommen
die Variablen
schon vor der
7. Klasse?





“Ein Zeichen, das man anstelle von Zahlen und Größen verwendet, nennt man Variable.”

3 Arten von Grundvorstellungen von Variablen

Unbestimmte bzw. allgemeine Zahl

Unbekannte

Veränderliche

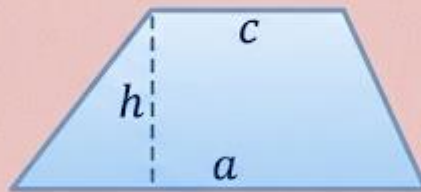


Beispiel

Beispiel:

Vorstellungen zur Variable h in der Flächeninhaltsformel für Trapeze

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{a+c}{2} \cdot h.$$



$$A_{\text{Trapez}} = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

Unbestimmte bzw. allgemeine Zahl

Wenn ich den Flächeninhalt des Trapezes ausrechnen möchte, muss ich für h die Länge der Höhe des Trapezes einsetzen.

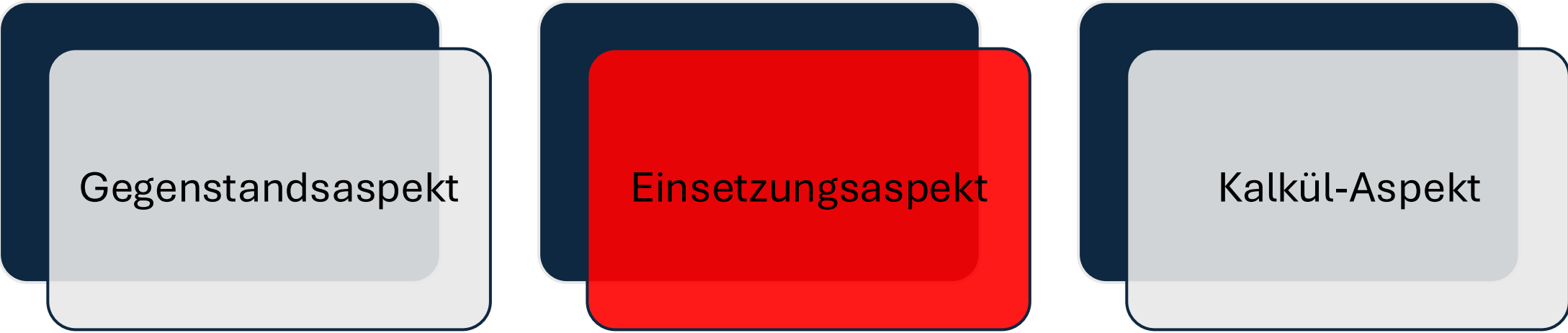
Unbekannte

Wie lang ist die Höhe h im Trapez mit den Flächeninhalt $A_{\text{Trapez}} = 28 \text{ cm}^2$ und den Seitenlängen $a = 8 \text{ cm}$ sowie $c = 6 \text{ cm}$?

Veränderliche

Wie ändert sich der Flächeninhalt eines Trapezes, wenn ich die Höhe h verdopple?

Grundvorstellung von unbekannten Variablen (nach Malle)



Gegenstandsaspekt

Einsetzungsaspekt

Kalkül-Aspekt

Einsetzungsaspekt

Setzte in die Gleichung **$2x+3=11$** der Reihe nach Zahlen.
Wann ist die Aussage wahr?

Mögliche Lösung:

$$2 \cdot 1 + 3 = 11 \quad f$$

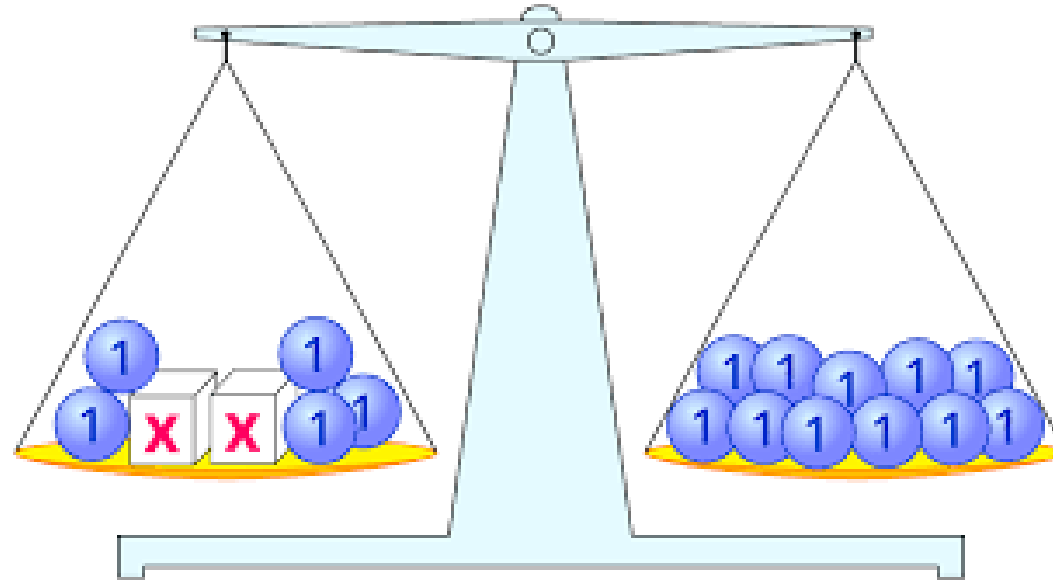
$$2 \cdot 2 + 3 = 11 \quad f$$

$$2 \cdot 3 + 3 = 11 \quad f$$

$$2 \cdot 4 + 3 = 11 \quad w$$

$$2 \cdot 5 + 3 = 11 \quad f$$

$$2 \cdot 6 + 3 = 11 \quad f$$



Die Unbekannte durch das Waagenmodell verstehen

Typische Fehler und Fehlerkonzepte



Falsche Umkehroperation: $x - 12 = 14 \Leftrightarrow x = 2$

Alphabet Ansatz: $5a + 2a = 7$

Fehlende Äquivalenzumformung: $x - 5 = 10 \Leftrightarrow x = 10$





Diagnostisches Gepräch

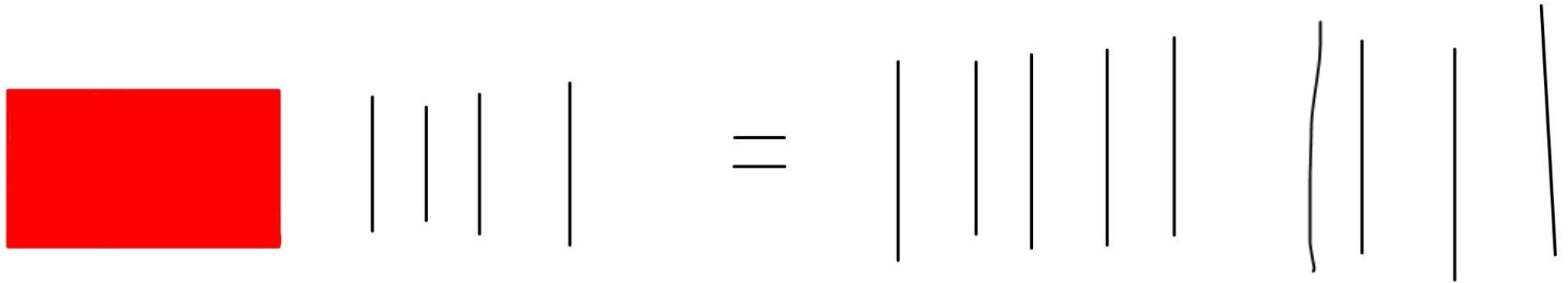


Löse bitte
diese Aufgabe.

$$X+4=9$$



Stell dir mal vor.



E | S +V

Lege mir mit den
Streichhölzern die
Aufgabe.

$$x+7=10$$

E I **S** +V



Erzähl mir doch
mal eine
Geschichte zu
dieser Aufgabe

$$x + 7 = 10$$

EIS + V



Quellen

- Barzel, Holzäpfel (2011): Gleichungen verstehen. Mathematik lehren.
- Malle (1993): Probleme der elementaren Algebra
- Schnittpunkt 2 (2005). Klett Verlag
- Weigand, Schüler-Meyer, Pinkernell (2022): Algebraisches Denken im Arithmetikunterricht der Grundschule: Muster entdecken – Struktur verstehen