

Wertgleichheit von Termen

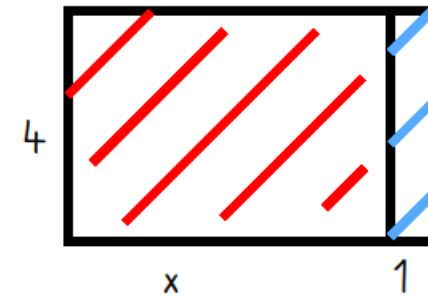
Verstehensgrundlagen, Fehler und Fehlkonzepte, Diagnose

Vanessa Ziegler, Christian Siegrist, Anton Winkler

Grundvorstellung zu Termen

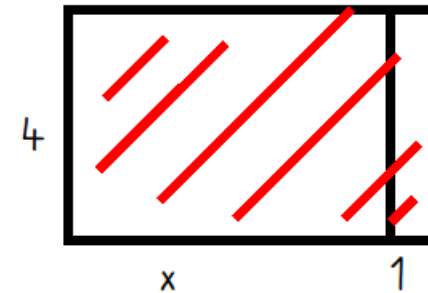
Term als Modell (Modell-Grundvorstellung):

- Betont die semantische Sicht
- Inner-/außermathematische Situation werden durch den Term modelliert
- Mithilfe dieser Grundvorstellung kann man die Gleichwertigkeit von 2 Termen geometrisch begründen



4

$$4 \cdot x + 1 \cdot 4$$

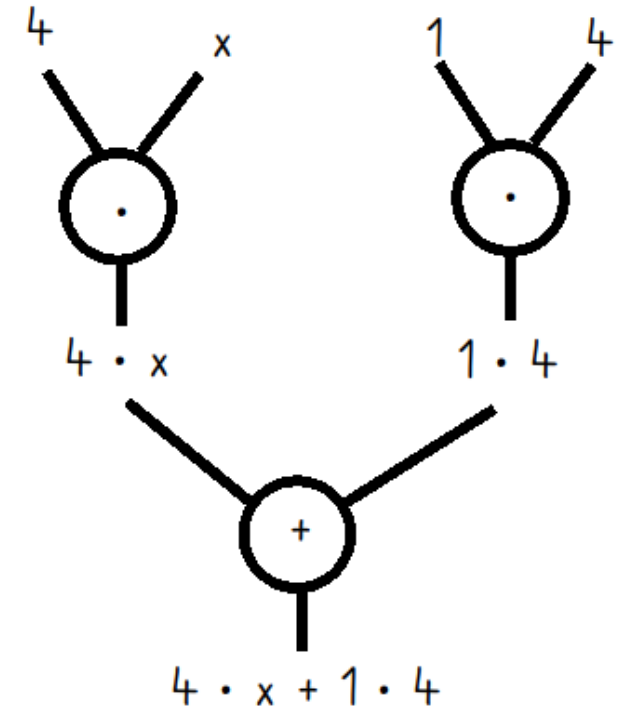


$$(x + 1) \cdot 4$$

Grundvorstellung zu Termen

Term als Bauplan (Bauplan-Grundvorstellung):

- Betont die syntaktische Sicht
- Term als Bauplan zur strukturierten Darstellung von Rechenoperationen oder zur Berechnung von Termwerten
- Baupläne lassen sich auf unterschiedliche Weise veranschaulichen



Grundvorstellungen zu Wertgleichheit von Termen

Beschreibungsgleichheit

- Mehrere Terme beschreiben die gleiche Situation und sind somit gleichwertig

Einsetzungsgleichheit

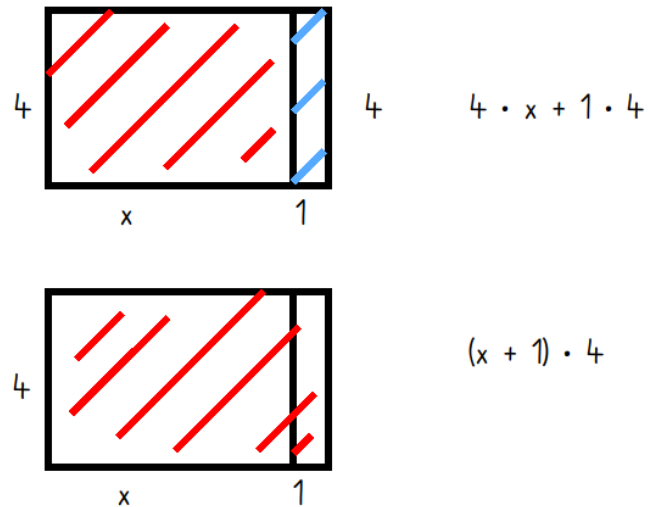
- Terme sind dann gleichwertig, wenn sie für alle einsetzbaren Zahlen denselben Wert ergeben

Umformungsgleichheit

- Terme sind gleichwertig, wenn sie mit Termumformungsregeln z.B. Distributivität ineinander überführt werden können

Beispiele zu den 3 Grundvorstellungen

Beschreibungsgleichheit



Einsetzungsgleichheit

x	$4 \cdot x + 1 \cdot 4$	$(x+1) \cdot 4$
1	8	8
2	12	12

...

Umformungsgleichheit

$$4 \cdot x + 1 \cdot 4 \quad | \text{Distributivgesetz}$$

$$\Leftrightarrow (x + 1) \cdot 4$$

Fehler und Fehlkonzepte

- Gefahr des schematischen Abarbeitens von Termumformungen
- Ausschließlich syntaktische Sicht führt zur Ansicht, dass Termumformungen ein willkürliches Spiel mit Regeln ist
- Ein erfolgreiches Umformen sagt nichts über das Verstehen des Lernalers aus
- Fehler in der Formelsprache z.B. x^2 wird mit $2x$ verwechselt
- Aber nicht nur Schwierigkeiten beim Umformen, sondern auch beim Aufstellen und Interpretieren

Diagnose – Diagnostisches Gespräch

I = Interviewer, L= Lerner

Aufgabe 1)

I: Mit dem folgenden Term $x^2 + 2x + 1 \cdot (x+1)$ kann man den Flächeninhalt der folgenden Figur berechnen. (figur skizze)

I: Kannst du an der Figur erkennen, wie der Term zustande kam?

I: Was fällt dir auf wenn du die Figur als Ganzes betrachtest? Wie könnte man denselben Flächeninhalt auf eine andere Weise berechnen? Stelle den Term dazu auf.

L: (Möglichkeit: $(x+1) \cdot (x+2) - 1 \cdot 1$)

Diagnose - Diagnostisches Gespräch

Aufgabe 2)

I: Ich gebe dir hier einen Term und mehrere Zahlen

$4 \cdot x + 12$ und 1,2,3,4,5. Was könntest du damit machen?

L: Nennt L u.a. Einsetzen?

I (Sobald Einsetzen genannt wurde): Ich gebe dir jetzt noch einen Term $4 \cdot (x+3)$. Kannst du mithilfe der Zahlen am Anfang prüfen, ob die Terme gleichwertig sind?

L: Erstellt eine Tabelle oder formt direkt um (dann ist die Tabelle nicht mehr notwendig). Möglicher Fehler -> Formt erst um und macht dann trotzdem eine Tabelle

Diagnose – Diagnostisches Gespräch

Aufgabe 3)

I: Vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich

$$4x^2 + 2 \cdot x + 3 + 2x + 3 \cdot x^2 - 7x + x - 8 - 6 \cdot x^2 + 3$$

I: Was ist dein erster Schritt? Und warum beginnst du damit?

I: Wo könnten Fehler entstehen?

I: Woran erkennst du, dass der Term vollständig vereinfacht ist?

I: Was bringt es dir allgemein, Terme zu vereinfachen?

I: Woran erinnert dich die vereinfachte Form des Terms?

I: Kannst du dazu einen Graphen zeichnen?

Quellen

Weigand, H., Schüler-Meyer, A. & Pinkernell, G. (2022). Didaktik der Algebra. In *Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II*.

Zwetzschler, L. & Prediger, S. (2013). Der lange Weg zum Herstellen von Beziehungen. Fachdidaktische Entwicklungsforschung zur Gleichwertigkeit algebraischer Terme. In Komorek, M. & Prediger, S. (Hrsg.). *Der lange Weg zum Unterrichtsdesign: Zur Begründung und Umsetzung genuin fachdidaktischer Forschungs- und Entwicklungsprogramme*. Münster u.a.: Waxmann, 141-156.